



## Übungen zur Vorlesung Analysis 1

Wintersemester 2014/15

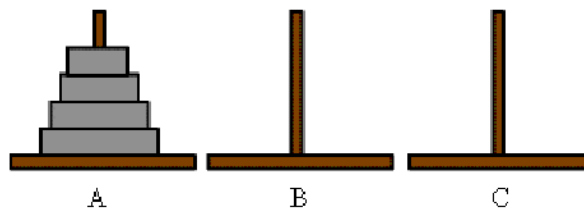
Die Lösungen des Übungsblattes sind am 12.11.2014 **vor der Vorlesung** abzugeben.

Alle Übungsblätter und Informationen zur Vorlesung werden auf der Seite unserer Arbeitsgruppe unter *Teaching* zu finden sein: [www.math.uni-sb.de/ag-schreyer/](http://www.math.uni-sb.de/ag-schreyer/)

### Blatt 2

5. November 2014

**Aufgabe 1.** Das Spiel *Die Türme von Hanoi* besteht aus 3 Spielfeldern, auf denen  $n \in \mathbb{N}$  Scheiben paarweise verschiedener Größe gestapelt werden können. Zu Beginn des Spiels sind alle Scheiben auf einem der Spielfelder der Größe nach gestapelt (die unten liegende Scheibe ist die größte, wie im Bild zu sehen). Ziel des Spiels ist es, den Anfangsstapel auf ein anderes Feld zu versetzen, so dass er dort wieder in der gleichen Stapel-Reihenfolge liegt. Dazu darf in jedem Spielzug die oberste Scheibe eines beliebigen Turms auf einen anderen Turm, der keine kleinere Scheibe enthält, gelegt werden.



Geben Sie einen Algorithmus an (Papierform genügt), der dieses Problem löst, und beweisen Sie die Korrektheit Ihres Algorithmus. Stellen Sie eine Formel für die Anzahl der notwendigen Züge auf und beweisen Sie diese mit vollständiger Induktion.

**Aufgabe 2.** Auf einem Fest treffen sich  $n$  Personen. Zeigen Sie, dass zwei von diesen mit der selben Anzahl von Anwesenden bekannt sind.

**Aufgabe 3.** Die Zahlen  $1, \dots, 101$  seien in irgendeiner Reihenfolge gegeben. Zeigen Sie, dass 11 davon aufsteigend oder absteigend sortiert sind.

(Hinweis: Betrachten Sie eine geeignete Menge von Paaren und verwenden Sie das Schubfachprinzip.)

**Aufgabe 4.** (a) Geben Sie je ein Beispiel für eine Abbildung  $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  an, die

1. injektiv aber nicht surjektiv ist.
2. surjektiv aber nicht injektiv ist.

(b) Zeigen Sie, dass es gibt keine surjektive Abbildung  $\varphi : \mathbb{N} \rightarrow 2^{\mathbb{N}}$  gibt.