



Übungen zur Vorlesung Analysis 1

Wintersemester 2014/15

Die Lösungen des Übungsblattes sind am 14.01.2015 **vor der Vorlesung** abzugeben.

Alle Übungsblätter und Informationen zur Vorlesung werden auf der Seite unserer Arbeitsgruppe unter *Teaching* zu finden sein: www.math.uni-sb.de/ag-schreyer/

Blatt 9

7. Januar 2015

Aufgabe 1. Bestimmen Sie, in welchen Punkten die folgende Funktion stetig ist:

$$f(x) = \begin{cases} -x + 1, & x \leq -1, \\ x^2 + 5x + 7, & -1 < x \leq 0, \\ x + 7, & x > 0. \end{cases}$$

Aufgabe 2. Die drei Funktionen $f, g, h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ seien folgendermaßen definiert:

$$\begin{aligned} f(x) &= \begin{cases} x, & x \in \mathbb{Q}, \\ 1 - x, & x \notin \mathbb{Q}, \end{cases} \\ g(x) &= \begin{cases} 1, & x \in \mathbb{Q}, \\ 0, & x \notin \mathbb{Q}, \end{cases} \\ h(x) &= \begin{cases} \frac{1}{q}, & x = \frac{p}{q} \in \mathbb{Q} \text{ mit } p, q \in \mathbb{Q} \text{ teilerfremd, } q > 0, \\ 0, & x \notin \mathbb{Q}. \\ 1, & x = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

Zeigen Sie: f ist nur in $\frac{1}{2}$ stetig, g ist nirgendwo stetig und h ist genau in allen irrationalen x stetig.

Aufgabe 3.

- (a) Zeigen Sie, dass für jedes $n \in \mathbb{N}$ Polynome $p_n(x, y)$ und $q_n(x, y)$ in zwei Variablen x, y mit reellen Koeffizienten existieren, so dass

$$\sin(nt) = p_n(\sin(t), \cos(t)) \quad \text{und} \quad \cos(nt) = q_n(\sin(t), \cos(t))$$

für alle $t \in \mathbb{R}$ gilt.

- (b) Berechnen Sie $p_n(x, y)$ und $q_n(x, y)$ für $n = 2, 3, 4$.

Aufgabe 4. In einem Raum ist eine Leine von der Fensterwand zur gegenüberliegenden Wand gespannt. Jetzt wird die Leine an beiden Seiten gelöst und irgendwie in die Mitte des Raumes geworfen.

Zeigen Sie: Es gibt einen Punkt auf der Leine, der genauso weit von der Fensterwand entfernt ist wie zuvor.