**UNIVERSITÄT DES SAARLANDES**
**Fachrichtung 6.1 - Mathematik**
Prof. Dr. Frank-Olaf Schreyer
Christian Bopp

**Präsenzübung zur Algebra**

Wintersemester 2017/18

Alle Übungsblätter und Informationen zur Vorlesung werden auf der Seite unserer Arbeitsgruppe unter *Teaching* zu finden sein: www.math.uni-sb.de/ag-schreyer/

**Aufgabe 1.** Sind die beiden Gruppen $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/3\mathbb{Z}$ und $S_3$ isomorph?

**Aufgabe 2.** Sei $(G, \cdot)$ eine endliche abelsche Gruppe. Zeigen Sie, dass

$$\prod_{g \in G} g^2 = 1_G.$$

**Aufgabe 3.** In der Definition einer Gruppe $G$ wurde die Existenz eines beidseitig Inversen gefordert, d.h. für alle $a \in G$ gibt es ein $b \in G$ mit $ab = 1_G = ba$. Zeigen Sie: Es reicht zu fordern, dass ein links-inverses Element existiert, d.h. für alle $a \in G$ existiert ein $b \in G$ mit $ba = 1_G$.
Zeigen Sie zudem, dass auch die Existenz eines links-neutralen Elements in der Definition einer Gruppe ausreicht.

**Aufgabe 4.** Sei $M$ eine Menge und $G$ eine Gruppe. Zeigen Sie, dass eine Gruppenstruktur auf der Menge

$$G^M := \{f : M \to G\}$$

definiert werden kann. Zeigen Sie zudem, dass

$$G^{(M)} := \{f : M \to G \mid f(m) = 1_G \text{ für alle bis auf endlich viele } m \in M\} \subset G^M$$

eine Untergruppe bildet.