UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
Fachrichtung 6.1 - Mathematik
Prof. Dr. Frank-Olaf Schreyer
Christian Bopp

Übungen zur Algebra

Wintersemester 2017/18

Die Lösungen des Übungsblattes sind bis spätestens 10.15 Uhr, am 04.01.2018, in die Briefkästen vor dem Zeichensaal in Geb. E2 5, einzuwerfen.
Alle Übungsblätter und Informationen zur Vorlesung werden auf der Seite unserer Arbeitsgruppe unter *Teaching* zu finden sein: www.math.uni-sb.de/ag-schreyer/

Blatt 10 21.12.2017

Aufgabe 1. Sei p eine Primzahl. Zeigen Sie, dass

$$(p-1)! \equiv -1 \mod p.$$

Aufgabe 2. Sei K ein endlicher Körper und sei $L \supset K$ eine endliche Körpererweiterung von K. Zeigen Sie, dass $L \supset K$ Galoissch ist und die Galoisgruppe $\mathrm{Gal}(L/K)$ zyklisch ist.

Aufgabe 3. Bestimmen Sie den Grad der Körpererweiterung $\mathbb{Q}(i, \sqrt{3}) \supset \mathbb{Q}$. Zeigen Sie, dass $\mathbb{Q}(i, \sqrt{3}) \supset \mathbb{Q}$ Galoissch ist und bestimmen Sie die Galoisgruppe der Erweiterung. Bestimmen Sie zudem alle Zwischenkörper und ein primitives Element der Körpererweiterung $\mathbb{Q}(i, \sqrt{3}) \supset \mathbb{Q}$.

Aufgabe 4. Zeigen Sie, dass für die Galoisgruppen $\mathrm{Gal}(f)$ eines bi-quadratisches Polynoms $f = x^4 + ax^2 + b \in \mathbb{Q}[x]$ sowohl $\mathrm{Gal}(f) = \mathbb{Z}/4\mathbb{Z}$ als auch $\mathrm{Gal}(f) = \mathbb{Z}/2\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$ auftreten kann, indem Sie die Galoisgruppen der Polynome

$$x^4 + 5x^2 + 5 \quad \text{und} \quad x^4 + 6x^2 + 1$$

bestimmen.

Wir wünschen ihnen ein frohes Weihnachtsfest und einen guten Start ins neue Jahr!