UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
Fachrichtung 6.1 - Mathematik
Prof. Dr. Frank-Olaf Schreyer
Christian Bopp

Übungen zur Algebra

Wintersemester 2017/18

Die Lösungen des Übungsblattes sind bis spätestens 10.15 Uhr, am 14.12.2017, in die Briefkästen vor dem Zeichensaal in Geb. E2 5, einzuwerfen.
Alle Übungsblätter und Informationen zur Vorlesung werden auf der Seite unserer Arbeitsgruppe unter *Teaching* zu finden sein: www.math.uni-sb.de/ag-schreyer/

Blatt 8 07.11.2017

Aufgabe 1. Ist die folgende simultane Kongruenz lösbar? Falls ja, bestimmen Sie alle Lösungen.

$$\begin{aligned} x &\equiv 1 \bmod 10 \\ x &\equiv 13 \bmod 22 \\ x &\equiv 46 \bmod 55 \end{aligned}$$

Aufgabe 2.
(a) Sei L/K eine endliche Körpererweiterung, so dass $p = [L : K]$ prim ist. Zeigen Sie, dass ein $\alpha \in L$ existiert mit $L = K(\alpha)$.
(b) Sei L/K eine endliche Körpererweiterung vom Grad $[L : K] = 2^k$. Sei $f \in K[x]$ ein Polynom vom Grad 3, welches in L eine Nullstelle hat. Zeigen Sie, dass f bereits eine Nullstelle in K hat.

Aufgabe 3. Sei $\alpha \in \mathbb{C}$ mit $\alpha^3 + 2\alpha - 1 = 0$. Es ist α algebraisch über $\mathbb{Q}$. Bestimmen Sie das Minimalpolynom von α sowie das von $\alpha^2 + \alpha$

Aufgabe 4. Seien $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$, sowie $m, n \in \mathbb{N}$ mit $\mathrm{ggT}(m, n) = 1$ und $\alpha^m = 2, \beta^n = 3$. Zeigen Sie, dass $\mathbb{Q}(\alpha, \beta) = \mathbb{Q}(\alpha \cdot \beta)$ ist und bestimmen Sie das Minimalpolynom von $\alpha \cdot \beta$.