



Übungen zur Algebra

Wintersemester 2017/18

Die Lösungen des Übungsblattes sind bis spätestens 10.15 Uhr, am 21.12.2017, in die Briefkästen vor dem Zeichensaal in Geb. E2 5, einzuwerfen.

Alle Übungsblätter und Informationen zur Vorlesung werden auf der Seite unserer Arbeitsgruppe unter *Teaching* zu finden sein: www.math.uni-sb.de/ag-schreyer/

Blatt 9

14.11.2017

Aufgabe 1. Sei K ein Körper, $f = x^3 + ax + b \in K[x]$ und sei L ein Erweiterungskörper von K in dem f in Linearfaktoren zerfällt, also $f = (x - a_1)(x - a_2)(x - a_3)$. Zeigen Sie, dass die Diskriminante

$$D = \prod_{1 \leq i < j \leq 3}^3 (a_i - a_j)^2$$

von f gleich $-4a^3 - 27b^2$ ist.

Aufgabe 2. Sei $f = x^3 + ax + b \in \mathbb{Q}[x]$ irreduzibel. Dann ist $\text{Gal}(f) \subset S_3$ und $\text{Gal}(f)$ operiert transitiv auf den Nullstellen von f . Zeigen Sie, dass $\text{Gal}(f) \cong A_3$ gilt, genau dann wenn die Diskriminante $D = -4a^3 - 27b^2$ ein Quadrat in \mathbb{Q} ist.

Aufgabe 3. Sei K ein Körper der Charakteristik $\neq 2$ und sei $L \supset K$ eine Körpererweiterung vom Grad 2. Zeigen Sie, dass $L \supset K$ Galoisch ist.

Aufgabe 4. Zeigen Sie, dass $\text{Aut}(\mathbb{R}; \mathbb{Q}) = \{id\}$.