Fakultät MI, Fachrichtung Mathematik
Prof. Dr. Frank-Olaf Schreyer
Dr. Michael Hoff

UNIVERSITÄT DES SAARLANDES

Übungen zur Vorlesung Mathematik für Informatiker 1

Wintersemester 2019/20

Die Lösungen des Übungsblattes sind am 06.11.2019 **vor der Vorlesung** in den Briefkästen (neben dem Zeichensaal U.39, Geb. E2 5) abzugeben.

Alle Übungsblätter und Informationen zur Vorlesung sind auf der Seite unserer Arbeitsgruppe unter *Teaching* zu finden: www.math.uni-sb.de/ag/schreyer/

Blatt 2 30. Oktober 2019

Aufgabe 1 (Schubfachprinzip und Kartesische Produkte)**.** Gegeben seien 101 paarweise verschiedene ganze Zahlen $a_1, \dots, a_{101} \in \mathbb{Z}$. Zeigen Sie: Es gibt eine Teilfolge $a_{i_1}, a_{i_2}, \dots, a_{i_{11}}$, $i_1 < \cdots < i_{11}$, von 11 Zahlen, so dass die Folge entweder monoton fallend ($a_{i_1} > \cdots > a_{i_{11}}$) oder monoton steigend ($a_{i_1} < \cdots < a_{i_{11}}$) ist.

Aufgabe 2 (Injektivität und Surjektivität)**.** Seien M und N endliche Mengen. Wieviele injektive Abbildungen gibt es von M nach N? Wieviele surjektive Abbildungen gibt es von M nach N, wenn N zwei, drei oder vier Elemente enthält? Haben Sie eine Idee für den allgemeinen Fall $|N| = n \in \mathbb{N}$?

Aufgabe 3 (Äquivalenzrelationen)**.** Auf $M = \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ definieren wir eine Relation $\sim$ durch

$$(a,b) \sim (c,d) \iff a + d = b + c$$

(a) Zeigen Sie, dass $\sim$ eine Äquivalenzrelation auf M ist.
(b) Beschreiben Sie die Äquivalenzklassen [(1,1)] und [(3,1)].
(c) Wir definieren eine Addition auf $M/\sim$ repräsentantenweise durch

$$[(a,b)] + [(c,d)] = [(a+c, b+d)].$$

Zeigen Sie die Wohldefiniertheit, d.h. zeigen Sie, dass für $(a,b) \sim (a',b')$ und $(c,d) \sim (c',d')$ auch $(a+c, b+d) \sim (a'+c', b'+d')$ gilt.
(d) Die Menge $M/\sim$ mit der so definierten Addition ist eine in der Mathematik wohlbekannte Menge. Welchen Namen hat diese Menge? Wie wird eine Multiplikation auf $M/\sim$ definiert?

Aufgabe 4 (Binomialkoeffizienten)**.** Zeigen Sie: Für alle $n, k, s, t \in \mathbb{N}$ gelten die folgenden zwei Gleichungen:

$$(1) \qquad (k+1)\binom{n}{k+1} = (n-k)\binom{n}{k},$$

$$(2) \qquad \binom{s+t}{n} = \sum_{i=0}^{n} \binom{s}{i}\binom{t}{n-i}.$$

Geben Sie eine Interpretation der Gleichungen (1), (2) über die Definition der Binomialkoeffizienten.