

## Polstellen und Nullstellen

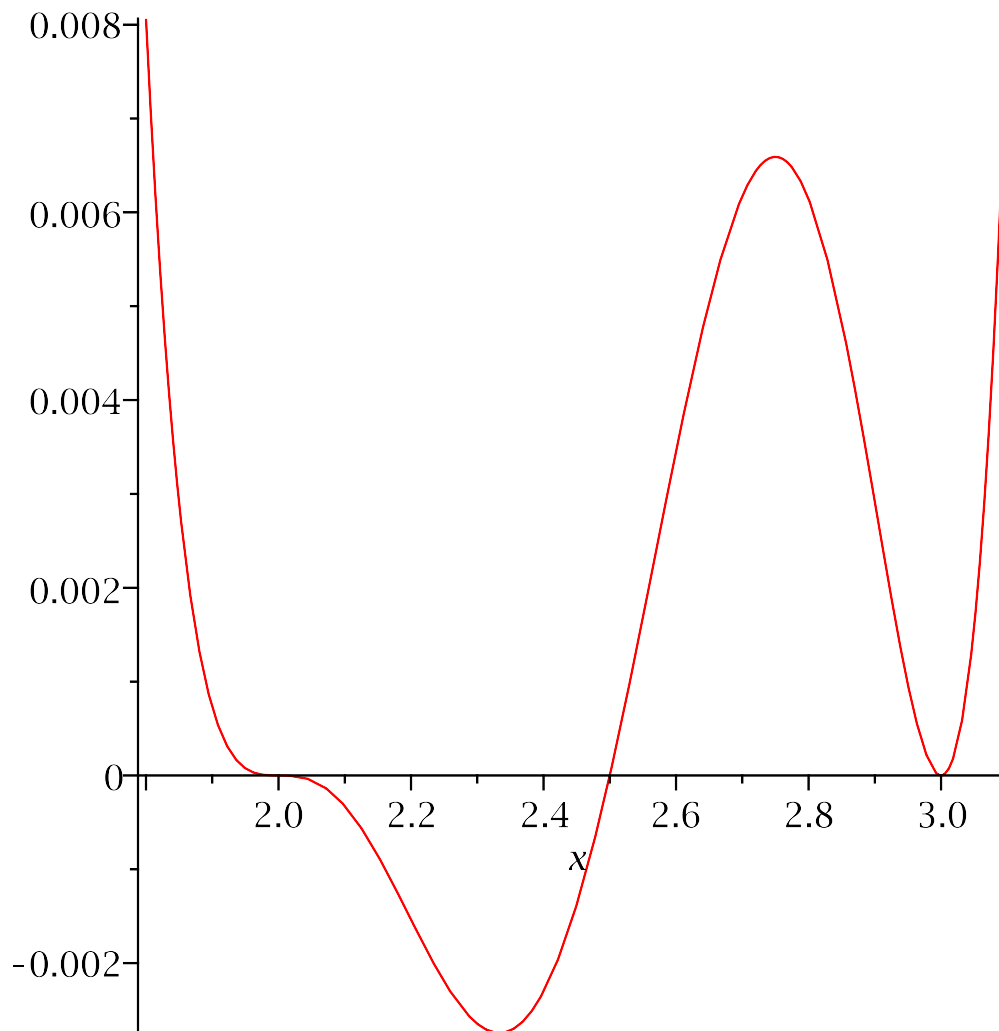
Wir betrachten zunächst die ganzrationale Funktion  $f$ , die an der Stelle  $x = 2$  eine 3-fache, an der Stelle  $x = 2.5$  eine einfache und an der Stelle  $x = 3$  eine zweifache Nullstelle hat:

```
> f:=(x-2)^3*(x-2.5)*(x-3)^2;  
      f:=(x-2)3(x-2.5)(x-3)2
```

```
> expand(f);  
      x6 - 14.5 x5 + 87.0 x4 - 276.5 x3 + 491.0 x2 - 462.0 x + 180.0
```

Am Funktionsgraphen sieht man: An den Stellen  $x = 2$  und  $x = 2.5$  (Nullstellen ungerader Ordnung) hat man einen Nulldurchgang mit Vorzeichenwechsel, an der Stelle  $x = 3$  (gerade Ordnung) hat man eine Nullberührung ohne Vorzeichenwechsel.

```
> plot(f,x=1.8..3.1);
```



Wir betrachten jetzt den Quotienten  $\frac{x-2.5}{f}$ , der eine hebbare Singularität bei  $x = 2.5$  und Pole der Ordnung 3 bei  $x = 2$  und der Ordnung 2 bei  $x = 3$  hat. Wie zu erwarten sehen wir einen Vorzeichenwechsel in der Nähe von  $x = 2$ , während

die Funktion für  $x \rightarrow 3$  (von beiden Seiten) gegen  $\infty$  strebt.

```
> (x-2.5)/(x^6-14.5*x^5+87.0*x^4-276.5*x^3+491.0*x^2-462.0*x+180.0);
```

$$\frac{x-2.5}{x^6 - 14.5x^5 + 87.0x^4 - 276.5x^3 + 491.0x^2 - 462.0x + 180.0}$$

```
> (x-2.5)/f;
```

$$\frac{1}{(x-2)^3(x-3)^2}$$

```
> plot((x-2.5)/f,x=1..4,y=-80..80,discont=true);
```

