



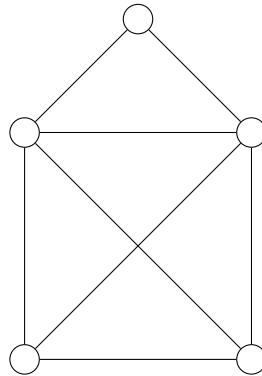
Übungen zur Vorlesung *Kombinatorik und Graphentheorie*  
Sommersemester 2015

**Blatt 1**

**Abgabe:** Donnerstag, 30.4.2015, bis 12:00 Uhr  
in den Briefkasten 26 im Untergeschoss von Gebäude E2 5

---

**Aufgabe 1** (10 Punkte). Betrachten Sie den folgenden Graphen  $G = (V, E)$ .



- (a) Gibt es einen Weg auf  $G$ , der alle Kanten genau einmal durchläuft?
- (b) Gibt es einen *Euler-Weg* auf  $G$ , d.h. einen geschlossenen Weg auf  $G$ , der alle Kanten genau einmal durchläuft?  
Falls nicht, können Sie den Graphen  $G$  durch Entfernen genau einer Kante so zu einem Graphen  $G'$  abändern, dass es auf  $G'$  einen Euler-Weg gibt?

**Aufgabe 2** (10 Punkte). Zeigen Sie, dass es in jedem einfachen Graphen, der mindestens zwei Ecken besitzt, mindestens zwei Ecken mit dem gleichen Grad geben muss.

**Aufgabe 3** (10 Punkte). Bestimmen Sie für beliebiges  $n \in \mathbb{N}$  die Anzahl ...

- (a) ... der Zykel der Länge  $n$  im vollständigen Graphen  $K_n$ ,
- (b) ... der Zykel der Länge  $2n$  im vollständigen bipartiten Graphen  $K_{n,n}$ .

**Zusatzaufgabe\*** (10 Punkte). Zeigen Sie, dass es in jedem Graphen  $G$  mit  $|V(G)| = n$  und  $|E(G)| \geq n$  mindestens einen Zykel gibt.