UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG 6.1 – MATHEMATIK
Prof. Dr. Roland Speicher
M.Sc. Tobias Mai

Übungen zur Vorlesung *Kombinatorik und Graphentheorie*
Sommersemester 2015

Blatt 9
Abgabe: Freitag, 3.7.2015, bis 10:15 Uhr
in den Briefkasten 26 im Untergeschoss von Gebäude E2 5

Aufgabe 1 (10 Punkte)**.** Zeigen Sie $\chi'(K_{r,s}) = \Delta(K_{r,s})$, indem Sie auf $K_{r,s}$ eine konkrete Kantenfärbung angeben.

Aufgabe 2 (10 Punkte)**.** Gegeben sei $n \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie, dass man in $\{0,1\}^n$ mindestens $\frac{2^n}{n+1}$ Vektoren finden kann, die paarweise einen Abstand $\geq \sqrt{2}$ haben.

Aufgabe 3 (10 Punkte)**.** Gegeben seien $m, n \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie:

(a) Jede Folge $(a_1, a_2, \ldots, a_{mn+1})$ von $mn+1$ verschiedenen reellen Zahlen besitzt

- eine monoton steigende Teilfolge der Länge $m+1$
- oder eine monoton fallende Teilfolge der Länge $n+1$.

(b) Die Schranke $mn+1$ in (a) ist optimal, d.h. es gibt eine Folge von mn verschiedenen reellen Zahlen, die weder eine monoton steigende Teilfolge der Länge $m+1$, noch eine monoton fallende Teilfolge der Länge $n+1$ besitzt.

Aufgabe 4 (10 Punkte)**.** Auf n Stühlen sitzen n Personen. Wenn sich diese n Personen erheben und sich zufällig einen neuen Platz suchen, wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit, dass danach alle Personen auf anderen Stühlen sitzen als zuvor?

Hinweis: Bestimmen Sie mithilfe der „Siebformel“ (Satz 6.8 der Vorlesung) zunächst die Anzahl aller Permutationen der Menge $\{1, 2, \ldots, n\}$ mit mindestens einem Fixpunkt.