Fachrichtung 6.1 – Mathematik
Wintersemester 2015/16
Jun.Prof. Johannes Rau

Refresher course for the entrance test in MINT studies
Exercise sheet 2

Exercise 1. Find all solutions of the following equations:

$$-x^2 + 2x + 3 = 0 \tag{1}$$

$$2x^2 + 2x - 40 = 0 \tag{2}$$

$$-x^2 + 8x = 16 \tag{3}$$

$$x^2 - 2x + 4 = -x^2 - 5x + 13 \tag{4}$$

Exercise 2. Use our “tricks” to find the solutions of the following equations:

$$4x^4 - 4x^2 - 3 = 0 \tag{5}$$

$$x^3 - x^2 - 10x - 8 = 0 \tag{6}$$

$$2x^3 + 11x^2 = -12x + 9 \tag{7}$$

Exercise 3. Factorize the following polynomials:

$$F_1 = x^3 + x^2 - 9x - 9 \tag{8}$$

$$F_2 = x^3 + x + 2 \tag{9}$$

$$F_3 = x^4 - 4x^3 - 5x^2 \tag{10}$$

Exercise 4. *Zum Spaß!*
Wir haben gesehen, dass es manchmal nötig ist, Nullstellen von Polynomen zu raten. Es gibt einen kleinen Trick, der beim Suchen helfen kann. Sei $F = a_n x^n + \ldots + a_0$ ein Polynom vom Grad n mit *ganzzahligen* Koeffizienten $a_i \in \mathbf{Z}$. Dann gilt für jede *ganzzahlige* Nullstelle $b \in \mathbf{Z}$ von F, dass b den letzten Koeffizienten a_0 teilt. Warum ist das so? Finden Sie eine Nullstelle von $F = x^4 + x^3 - 20x^2 + 5x + 25$.

We saw that sometimes it is necessary to guess roots of a polynomial. Here is a little trick which can be helpful. Let $F = a_n x^n + \ldots + a_0$ be a polynomial of degree n with *integer* coefficients $a_i \in \mathbf{Z}$. Then every *integer* root $b \in \mathbf{Z}$ of F is a divisor of the last coefficient a_0. Can you show why this is true? Use this trick to find a root of $F = x^4 + x^3 - 20x^2 + 5x + 25$.