

Preparatory math courses for studies in MINT subjects Aufgabenblatt 3

Aufgabe 1. Faktorisieren Sie die folgenden Polynome:

$$F_1 = x^3 + x^2 - 9x - 9 \tag{1}$$

$$F_2 = x^3 + x + 2 (2)$$

$$F_3 = x^4 - 4x^3 - 5x^2 (3)$$

Aufgabe 2. Teilen Sie $F = x^4 + x^3 - 8x - 7$ mit Rest durch $G = x^2 - x - 1$.

Aufgabe 3. Zum Spaß!

Wir haben gesehen, dass es manchmal nötig ist, Nullstellen von Polynomen zu raten. Es gibt einen kleinen Trick, der beim Suchen helfen kann. Sei $F = a_n x^n + \ldots + a_0$ ein Polynom vom Grad n mit ganzzahligen Koeffizienten $a_i \in \mathbf{Z}$. Dann gilt für jede ganzzahlige Nullstelle $b \in \mathbf{Z}$ von F, dass b den letzten Koeffizienten a_0 teilt. Warum ist das so? Finden Sie eine Nullstelle von $F = x^4 + x^3 - 20x^2 + 5x + 25$.

We saw that sometimes it is necessary to guess roots of a polynomial. Here is a little trick which can be helpful. Let $F = a_n x^n + \ldots + a_0$ be a polynomial of degree n with integer coefficients $a_i \in \mathbf{Z}$. Then every integer root $b \in \mathbf{Z}$ of F is a divisor of the last coefficient a_0 . Can you show why this is true? Use this trick to find a root of $F = x^4 + x^3 - 20x^2 + 5x + 25$.