UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG 6.1 – MATHEMATIK
Prof. Dr. Moritz Weber

Exercises Math Refresher
Übungen zu dem mathematischen Auffrischungskurs
Winter term 2015/2016
Wintersemester 2015/2016

Sheet 1 / *Blatt 1*

Exercise 1. Sketch the graphs of the following functions:
Skizzieren Sie die Graphen der folgenden Funktionen:

$(a)\quad f(x) = x^6 + 1$ $\qquad (b)\quad f(x) = (x-1)^7$ $\qquad (c)\quad f(x) = -\left(x + \frac{1}{2}\right)^3 - \frac{1}{2}$

$(d)\quad f(x) = -x^{-2} + 1$ $\qquad (e)\quad f(x) = (x+2)^{-3} - 3$ $\qquad (f)\quad f(x) = 15x + 2$

$(g)\quad f(x) = -\sqrt[4]{x+2} + \frac{1}{2}$ $\qquad (h)\quad f(x) = e^{(x^2)}$ $\qquad (i)\quad f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

$(j)\quad f(x) = 2\sin(3x + \pi)$ $\qquad (k)\quad f(x) = |\cos(2x - \frac{\pi}{2})| - |\sin(2x - \pi)|$

Exercise 2. We say that $f : D \to \mathbb{R}$ with domain $D \subset \mathbb{R}$ is monotonically increasing (mon.inc.), if $x < y$ implies $f(x) \leq f(y)$. We say that it is strictly monotonically increasing (str.mon.inc.), if $x < y$ implies $f(x) < f(y)$. Likewise we define [str.] mon. decreasing ([str.]mon.dec.) functions if $x < y$ implies $f(x) \geq f(y)$ [or $f(x) > f(y)$ resp.]. On which subsets of $\mathbb{R}$ are the following functions str.mon.inc./mon.inc./str.mon.dec./mon.dec.?
Wir sagen, dass eine Funktion $f : D \to \mathbb{R}$ mit Definitionsbereich $D \subset \mathbb{R}$ monoton wachsend (mon.wachs.) ist, falls $x < y$ immer $f(x) \leq f(y)$ impliziert. Wir sagen, dass sie streng monoton wachsend (str.mon.wachs.) ist, falls $x < y$ schon $f(x) < f(y)$ impliziert. Entsprechend definieren wir [str.] mon. fallend ([str.]mon.fall.), falls $x < y$ immer $f(x) \geq f(y)$ [beziehungsweise $f(x) > f(y)$] impliziert. Auf welchen Teilmengen von $\mathbb{R}$ sind die folgenden Funktionen str.mon.wachs./mon.wachs./str.mon.fall./mon.fall.?

(a) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2$

(b) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto \sin(x - \pi)$

(c) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto 0$

(d) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{e^{(x^2)} + x^2}$

(e) Let $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ both be str.mon.inc. functions (or both mon.inc./both [str.]mon.dec.). How do the functions $f + g$, $f \circ g$, $\frac{1}{f}$ behave with respect to monotonicity? What happens if one of them is increasing, the other one decreasing? Use (e) to show (d).