



Übungen zur Vorlesung Mathematik für  
Studierende der Biologie und des Lehramtes Chemie

Wintersemester 2012/2013

Blatt 3

Abgabetermin: Freitag, 09.11.2012

**Aufgabe 1**

**(3+7 Punkte)**

(a) Wir betrachten die folgenden Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \in M(3 \times 3), \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \in M(2 \times 3)$$
$$C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 5 \\ 3 & 4 & 3 \end{pmatrix} \in M(2 \times 3), \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \\ -3 & 5 & 2 \end{pmatrix} \in M(3 \times 3).$$

Welche der folgenden Additionen sind möglich:  $A+B$ ,  $A+C$ ,  $A+D$ ,  $B+C$ ,  $B+D$ ,  $C+D$ ?  
Bestimmen Sie gegebenenfalls das Ergebnis.

(b) Wir betrachten die folgenden Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \\ -2 & 2 & -1 \end{pmatrix} \in M(3 \times 3), \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \in M(3 \times 2)$$
$$C = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & 0 \end{pmatrix} \in M(2 \times 3), \quad D = (2 \ 2 \ -1) \in M(1 \times 3).$$

Bestimmen Sie alle Möglichkeiten, zwei dieser Matrizen miteinander zu multiplizieren (beachten Sie, dass eine Matrix unter Umständen auch mit sich selbst multipliziert werden kann) und bestimmen Sie das Ergebnis dieser Multiplikationen.

**(bitte wenden)**

**Aufgabe 2****(4+6=10 Punkte)**

Betrachten Sie die beiden  $(2 \times 2)$ -Matrizen  $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  und  $S = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ , sowie die zugehörigen Abbildungen:

$$f_P : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mapsto P \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, \text{ und } f_S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mapsto S \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}.$$

- (a) Beschreiben Sie in Worten, wie die Abbildungen  $f_P$  und  $f_S$  geometrisch wirken.
- (b) Berechnen Sie die Matrizen  $P \cdot P$ ,  $S \cdot S$ ,  $P \cdot S$  und  $S \cdot P$  und beschreiben Sie die Wirkungsweise der zugehörigen Abbildungen.
- 

**Aufgabe 3****(3+7=10 Punkte)**

Bestimmen Sie zu folgenden Matrizen die inversen Matrizen  $A^{-1}$  bzw.  $B^{-1}$

$$(a) A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad (b) B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

und überprüfen Sie Ihr Ergebnis, indem Sie  $A \cdot A^{-1}$  und  $A^{-1} \cdot A$  bzw.  $B \cdot B^{-1}$  und  $B^{-1} \cdot B$  berechnen.

---

**Aufgabe 4****(10 Punkte)**

Es sei  $A = \begin{pmatrix} -5 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & -3 \\ -3 & 2 & 0 \end{pmatrix} \in M(3 \times 3)$  gegeben. Zeigen Sie, dass  $A$  invertierbar ist und berechnen Sie die inverse Matrix. Lösen Sie anschließend die linearen Gleichungssysteme  $Ax = b$  und  $Ax = c$  mit den rechten Seiten  $b = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  und  $c = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

---