



Übungen zur Vorlesung Mathematik für
Studierende der Biologie und des Lehramtes Chemie

Wintersemester 2012/2013

Blatt 5

Abgabetermin: Freitag, 23.11.2012

Aufgabe 1

(2+2+3+3=10 Punkte)

Bestimmen Sie alle Eigenwerte der folgenden Matrizen. Bestimmen Sie im Anschluss zu jedem Eigenwert die Menge aller zugehörigen Eigenvektoren.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 2

(4+6=10 Punkte)

Machen Sie sich vor der Lösung dieser Aufgabe nochmals klar wie man die Determinante einer oberen Dreiecksmatrix berechnet.

(a) Geben Sie das charakteristische Polynom der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

an (Sie sollen NICHT ausmultiplizieren) und bestimmen Sie die Eigenwerte von A .

(b) Bestimmen Sie jedem Eigenwert die Menge aller zugehörigen Eigenvektoren.

(bitte wenden)

Aufgabe 3

(2+3+5=10 Punkte)

Gegeben sind die folgenden linearen Abbildungen

$$(i) f_A : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, f_A \left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} -x_1 \\ x_2 \end{pmatrix},$$

$$(ii) f_B : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, f_B \left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} -x_1 \\ -x_2 \end{pmatrix},$$

$$(iii) f_C : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, f_C \left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

- (a) Geben Sie die Matrizen A, B, C an mit denen sich die drei linearen Abbildungen beschreiben lassen. Was bedeuten die Abbildungen geometrisch?
- (b) Bestimmen Sie ohne zu rechnen alle Eigenwerte der drei Abbildungen (benutzen Sie nur die Definition von Eigenwert und Eigenvektor). Geben Sie außerdem zu jedem Eigenwert einen Eigenvektor an.
- (c) Prüfen Sie Ihre intuitiven Ergebnisse, indem Sie die Eigenwerte der drei Matrizen berechnen und jeweils die Menge aller zugehörigen Eigenvektoren bestimmen.
-