



Übungen zur Vorlesung Mathematik für
Studierende der Biologie und des Lehramtes Chemie

Wintersemester 2012/2013

Blatt 9

Abgabetermin: Freitag, 21.12.2012

Aufgabe 1

(2+4+4=10 Punkte)

Lösen Sie die folgenden Gleichungen:

- (a) $\log(x+2) = 1 + \log(3x)$,
- (b) $13 \cdot 5^{3x} = 4^{x+1}$,
- (c) $2^{(5^x)} = 7^{(2^x)}$.

(Hinweis: *Erinnern Sie sich an die Definition von $a^x = \exp(x \log(a))$.*)

Aufgabe 2

(2+2+2+2+2=10 Punkte)

Eine Bakterienkultur besteht zu Anfang aus 20.000 Bakterien. Die Anzahl der Bakterien verdoppelt sich alle 20 Minuten.

- (a) Die Anzahl der Bakterien C zur Zeit t lässt sich (näherungsweise) durch eine Funktion der Form

$$C(t) = C_0 a^t$$

beschreiben. Die Zeit t soll dabei in Minuten angegeben werden. Bestimmen Sie a und C_0 .

- (b) Wie viele Bakterien sind nach 5 Minuten bzw. 3 Stunden vorhanden?
- (c) Wann wird die Anzahl der Bakterien auf den Wert 10^8 gestiegen sein?
- (d) Die Bakterien leben in einer Flasche. Man sieht, dass genau um 12 Uhr die Bakterienanzahl 10^8 und die Flasche halb voll ist. Um wieviel Uhr ist die Flasche voll?
- (e) Um 12:10 Uhr haben die Bakterien eine leere Flasche gefunden, die genauso groß ist, wie die die sie jetzt haben. Um wieviel Uhr ist die neue Flasche voll?

Aufgabe 3

(10 Punkte)

Nach dem Tod eines Lebewesens zerfällt das radioaktive Kohlenstoffisotop C_{14} mit einer Halbwertszeit von 5730 Jahren. Im Jahr 2007 wurde die mumifizierte Leiche eines Pharaos gefunden, bei der der C_{14} -Gehalt auf 35% des zum Todeszeitpunkt vorhandenen C_{14} abgesunken ist. In welchem Jahr tat der Pharao seinen letzten Atemzug?

(bitte wenden)

Einige wichtige Grenzwerte

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow a} \log(x) &= \log(a) \text{ für } a \in \mathbb{R} \\ \lim_{x \rightarrow \infty} \log(x) &= \infty \\ \lim_{x \rightarrow 0} \log(x) &= -\infty\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow a} \exp(x) &= \exp(a) \text{ für } a \in \mathbb{R} \\ \lim_{x \rightarrow \infty} \exp(x) &= \infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} \exp(x) &= 0\end{aligned}$$

Ist $y > 0$ fest gewählt:

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow a} y^x &= y^a \text{ für } a \in \mathbb{R} \\ \lim_{x \rightarrow \infty} y^x &= \begin{cases} \infty & ; y > 1 \\ 1 & ; y = 1 \\ 0 & ; 0 < y < 1 \end{cases} \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} y^x &= \begin{cases} 0 & ; y > 1 \\ 1 & ; y = 1 \\ \infty & ; 0 < y < 1 \end{cases}\end{aligned}$$

Aufgabe 4

(1+1+2+2+2+2=10 Punkte)

Stellen Sie fest ob die folgenden Grenzwerte in $\mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$ existieren und berechnen Sie sie gegebenenfalls:

$$\begin{aligned}(a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 2x + 1}, \quad (b) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 2x + 1}, \quad (c) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin(x) \cos(x)}{x} \\ (d) \lim_{x \rightarrow -\infty} \log\left(\frac{x^4 + 2}{x^3 + 5}\right), \quad (e) \lim_{x \rightarrow \infty} \exp(\exp(\exp(\exp(-x^2)))) \\ (f) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\left(\frac{1}{2}\right)^x + \cos\left(\frac{2\pi x + 3}{x - 2}\right) \right).\end{aligned}$$
