UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG MATHEMATIK
Prof. Dr. Roland Speicher
Dr. Tobias Mai

Mathematik für Naturwissenschaftler I
Wintersemester 2019/2020

– Testat 3, 6. Dezember 2019 –

Nachname: ____________ Vorname: ____________

Matrikelnummer: ____________ Übungsgruppe: ____________

Unterschrift: ____________

Für die Bearbeitung der folgenden Aufgaben haben Sie **15 Minuten**. Für das Testat sind **keine Hilfsmittel** zugelassen. Bitte schreiben Sie weder in rot noch mit Bleistift.
Tragen Sie in die Kästchen ein, ob die jeweilige Aussage **„wahr“ (W)** oder **„falsch“ (F)** ist. Es können jeweils **mehrere** Antwortmöglichkeiten wahr oder falsch sein. Für jede **richtige Antwort** erhalten Sie 1 **Punkt**, für eine **falsche oder keine Antwort** 0 **Punkte**; bei jeder Frage können also **maximal** 4 **Punkte** erreicht werden.

Viel Erfolg!

Frage 1. Geben Sie bei jeder der folgenden Aussagen an, ob diese wahr oder falsch ist.

- ☐ Ist $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Folge reeller Zahlen, für die die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ konvergiert, dann ist auch die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergent.
- ☐ Die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$ ist absolut konvergent.
- ☐ Es sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Folge reeller Zahlen, für die der Grenzwert $q := \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{|a_n|}$ existiert. Gilt $q < 1$, dann ist die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ absolut konvergent.
- ☐ Es sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Folge reeller Zahlen, für die der Grenzwert $q := \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{|a_n|}$ existiert. Gilt $q \geq 1$, dann ist die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ divergent.

bitte wenden

Frage 2. Es bezeichne i die imaginäre Einheit in $\mathbb{C}$ und e die Eulersche Zahl. Geben Sie bei jeder der folgenden Aussagen an, ob diese wahr oder falsch ist.

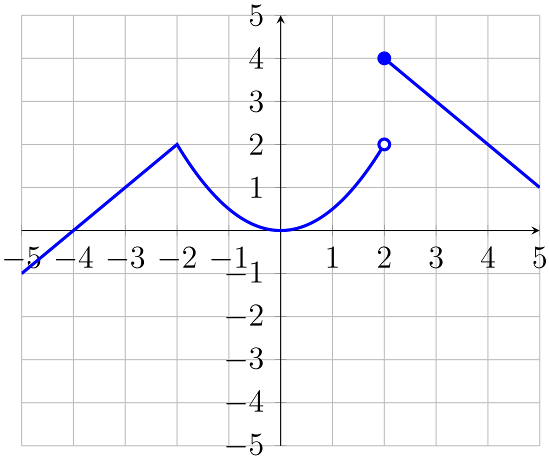
- ☐ $e^{\mathrm{i}\pi} + 1 = 0$
- ☐ $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{n!} = \sqrt{e}$
- ☐ $e^{\mathrm{i}\frac{\pi}{2}} = \mathrm{i}$
- ☐ $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} = 2$

Frage 3. Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine beliebige stetige Funktion. Welche der folgenden Aussagen sind in dieser Allgemeinheit wahr und welche sind falsch?

- ☐ Die Folge $(f(\frac{1}{n}))_{n\in\mathbb{N}}$ konvergiert gegen $f(0)$.
- ☐ Eine Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{R}}$ reeller Zahlen ist genau dann konvergent, wenn die Folge $(f(a_n))_{n\in\mathbb{N}}$ konvergiert.
- ☐ Die Funktion $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto \frac{f(x)}{1+x^2}$ ist stetig.
- ☐ Die Funktion $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto f(x^2)$ ist stetig.

Frage 4. Im Schaubild rechts ist der Graph einer Funktion $f : [-5, 5] \to \mathbb{R}$ dargestellt. Welche der folgenden Aussagen über f sind wahr und welche sind falsch?

- ☐ f ist stetig.
- ☐ f ist stetig bei $x = -2$.
- ☐ f ist stetig bei $x = 2$.
- ☐ Es gilt $\lim_{n\to\infty} f\left(2 - \frac{1}{n^2}\right) = 2$.



erreichte Gesamtpunktzahl: ____ / **16**