



Mathematik für Naturwissenschaftler I
Wintersemester 2019/2020

– Testat 4, 17. Januar 2020 –

Nachname: _____ Vorname: _____
Matrikelnummer: _____ Übungsgruppe: _____
Unterschrift: _____

Für die Bearbeitung der folgenden Aufgaben haben Sie **15 Minuten**. Für das Testat sind **keine Hilfsmittel** zugelassen. Bitte schreiben Sie weder in rot noch mit Bleistift. Tragen Sie in die Kästchen ein, ob die jeweilige Aussage „wahr“ (**W**) oder „falsch“ (**F**) ist. Es können jeweils **mehrere** Antwortmöglichkeiten wahr oder falsch sein. Für jede **richtige Antwort** erhalten Sie **1 Punkt**, für eine **falsche oder keine Antwort** **0 Punkte**; bei jeder Frage können also **maximal 4 Punkte** erreicht werden.

Viel Erfolg!

Frage 1. Geben Sie bei jeder der folgenden Aussagen an, ob diese wahr oder falsch ist.

- Jede stetige Funktion $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ besitzt ein Maximum.
- Es existiert eine stetige Funktion $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, die kein Minimum besitzt.
- Die Gleichung $(1 - x)e^x = \frac{1}{2}$ besitzt mindestens eine Lösung $x \in (0, 1)$.
- Jede stetige Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ist differenzierbar.

bitte wenden

Frage 2. Geben Sie bei jeder der folgenden Aussagen an, ob diese wahr oder falsch ist.

- Es gibt ein Polynom p , sodass $x^5 - 2x^4 + 1 = (x - 1)p(x)$.
- Es gibt ein Polynom p , sodass $x^6 + 7x - 3 = (x - 1)p(x)$.
- Jede polynomiale Funktion $p : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ist differenzierbar.
- Es existiert ein nicht-konstantes Polynom p , das über \mathbb{C} keine Nullstelle besitzt.

Frage 3. Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ eine beliebige differenzierbare Funktion; es bezeichne f' ihre Ableitung. Welche der folgenden Aussagen sind in dieser Allgemeinheit wahr und welche sind falsch?

- Die Funktion $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto f(x^3)$ ist differenzierbar.
- Die Funktion $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \sin(x)f(x)$ ist differenzierbar und die Ableitung von g ist gegeben durch $g'(x) = \cos(x)f(x) + \sin(x)f'(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$.
- Es gilt $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(f\left(\frac{1}{n}\right) - f(0) \right) = f'(0)$.
- Die Funktion $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto |f(x)|$ ist differenzierbar.

Frage 4. Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}(x+2)^2 + 1, & \text{falls } x < -2 \\ 1, & \text{falls } -2 \leq x < 2 \\ x - 1, & \text{falls } x \geq 2 \end{cases}$$

Welche der folgenden Aussagen über f sind wahr und welche sind falsch?

- f ist stetig.
- f ist differenzierbar.
- f differenzierbar bei $x = 2$.
- f ist differenzierbar bei $x = -2$ mit der Ableitung $f'(-2) = 0$.

