UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG MATHEMATIK
Prof. Dr. Roland Speicher
Dr. Tobias Mai

Mathematik für Naturwissenschaftler I
Wintersemester 2019/2020

– Testat 5, 31. Januar 2020 –

Nachname:	______________	Vorname:	______________
Matrikelnummer:	______________	Übungsgruppe:	______________
Unterschrift:	______________		

Für die Bearbeitung der folgenden Aufgaben haben Sie **15 Minuten**. Für das Testat sind **keine Hilfsmittel** zugelassen. Bitte schreiben Sie weder in rot noch mit Bleistift. Tragen Sie in die Kästchen ein, ob die jeweilige Aussage **„wahr“ (W)** oder **„falsch“ (F)** ist. Es können jeweils **mehrere** Antwortmöglichkeiten wahr oder falsch sein. Für jede **richtige Antwort** erhalten Sie 1 **Punkt**, für eine **falsche oder keine Antwort** 0 **Punkte**; bei jeder Frage können also **maximal** 4 **Punkte** erreicht werden.

Viel Erfolg!

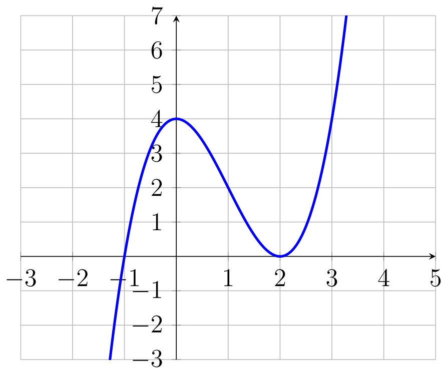
Frage 1. Geben Sie bei jeder der folgenden Aussagen an, ob diese wahr oder falsch ist.

- ☐ Ist $f : (-1,1) \to \mathbb{R}$ eine $(n+1)$-mal differenzierbare Funktion, dann gibt es zu jedem $x \in (0,1)$ ein $\xi \in (0,x)$, sodass $f(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(0)}{k!} x^k + \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!} x^{n+1}$.
- ☐ Ist $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ differenzierbar, dann existiert ein $\xi \in (0,1)$, sodass $f'(\xi) = f(1) - f(0)$.
- ☐ Ist $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine unendlich oft differenzierbare Funktion, dann wird f auf ganz $\mathbb{R}$ durch seine Taylorreihe zum Entwicklungspunkt $x_0 = 0$ dargestellt, d.h., es gilt $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(0)}{n!} x^n$ für alle $x \in \mathbb{R}$.
- ☐ Ist $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ auf $[a,b]$ stetig und auf (a,b) differenzierbar mit $f'(x) > 0$ für alle $x \in (a,b)$, dann ist f streng monoton wachsend auf $[a,b]$.

bitte wenden

Frage 2. Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ gegeben durch

$$\begin{aligned} f(x) &= (x+1)(x-2)^2 \\ &= x^3 - 3x^2 + 4. \end{aligned}$$



Welche der folgenden Aussagen über f sind wahr und welche sind falsch?

- ☐ f hat in $x_0 = 2$ ein striktes lokales Minimum.
- ☐ f ist auf $[0, 2]$ streng monoton fallend.
- ☐ f ist auf $[0, \infty)$ streng konvex.
- ☐ f hat in $x_0 = -1$ ein striktes lokales Minimum.

Frage 3. Welche der folgenden Formeln für unbestimmte Integrale sind wahr und welche sind falsch?

- ☐ $\int (x^4 + 2x^3 + 1)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{2}x^4 + 1$
- ☐ $\int \frac{1}{x^2+1}\,\mathrm{d}x = \arctan(x)$
- ☐ $\int \ln(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{x}$
- ☐ $\int \sin(x)\,\mathrm{d}x = \cos(x)$

Frage 4. Geben Sie bei jeder der folgenden Rechenregeln für unbestimmte Integrale an, ob diese wahr oder falsch ist.

- ☐ $\int (f(x) + g(x))\,\mathrm{d}x = \int f(x)\,\mathrm{d}x + \int g(x)\,\mathrm{d}x$
- ☐ $\int f(x)g(x)\,\mathrm{d}x = \big(\int f(x)\,\mathrm{d}x\big) \cdot \big(\int g(x)\,\mathrm{d}x\big)$
- ☐ $\int f(x)g'(x)\,\mathrm{d}x = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)\,\mathrm{d}x$
- ☐ $\int f'(g(x))\,\mathrm{d}x = (f \circ g)(x)$

erreichte Gesamtpunktzahl: ______ / **16**