



Seminar zur Freien Wahrscheinlichkeitstheorie  
Wintersemester 2012/2013

Übersicht über die Vortragsthemen

---

Alle Referenzen beziehen sich auf die Kapitel (Lectures) des Buches von Alexandru Nica und Roland Speicher, *Lectures on the Combinatorics of Free Probability*, Cambridge University Press 2006. (Signatur Campusbibliothek Inf+Math: LMS 335)

- Lecture 1** *Nicht-kommutative Wahrscheinlichkeitsräume und Verteilungen.* (Def. einiger Grundbegriffe, Bsp. klassischer Wahrscheinlichkeitsraum, Zufallsmatrizen, Gruppenalgebra, ..., Haar-Unitäre)
- Lecture 2** *Der Fall einer nicht normalen Verteilung.* (Bsp. der Verteilung von  $a + a^*$ , wo  $a$  eine Isometrie ist, Dyck-Pfade, Halbkreiselement, ein Hilfsmittel aus der Funktionentheorie: die Cauchytransformierte)
- Lecture 5** *Definition und grundlegende Eigenschaften der freien Unabhängigkeit.* (Def. der klassischen und der freien Unabhängigkeit vom algebraischen Standpunkt, Bsp. freies Produkt von Gruppen, erste Eigenschaften/Folgerungen der freien Unabhängigkeit, evtl.: das Konzept universeller Produkte)
- Lecture 8** *Motivation: ein freier zentraler Grenzwertsatz.* (Vgl. Konvergenz in Verteilung und Konvergenz von Momenten, Simultaner Beweis des zentralen Grenzwertsatzes im klassischen wie im freien Fall) [VERGEBEN]
- Lecture Op.** *Operatoralgebraische Aspekte der Freien Wahrscheinlichkeitstheorie.* (Def. des vollen Fockraums,  $k$  Erzeuger + Vernichter ergeben ein System von  $k$  Halbkreiselementen (7.11-7.18 von Lect. 7), evtl. Kumulanten von Operatoren auf dem Fockraum (Prop. 13.5), freie Wahrscheinlichkeitstheorie mit der Cuntzalgebra (Lect. 21), Zusammenhang zwischen gemeinsamen Verteilungen und Von-Neumann-Algebren) [VERGEBEN]

- Lecture 9** *kombinatorische Basics I: nichtkreuzende Partitionen.* (Def. Partition/ nichtkreuzende Partition, Ordnungsstruktur hierauf, Kreweras Komplement, Zusammenhang zu den Catalanzahlen) [VERGEBEN]
- Lecture 10** *kombinatorische Basics II: Möbius-Inversion.* (Faltung auf partiell geordneten Mengen, Def. Möbius Funktion/ Inversion, der Fall nichtkreuzender Partitionen, multiplikative Funktionen)
- Lecture 11** *Freie Kumulanten: Definition und erste Eigenschaften.* (Multiplikative Funktionale auf den nichtkreuzenden Partitionen, Def. freier Kumulanten, Momenten-Kumulanten-Formel, Zusammenhang zur Freien Wahrscheinlichkeit über das Verschwinden gemischter Kumulanten, Bsp.: Halbkreis- und Kreiselement)
- Lecture 12** *Summen freier Zufallsvariablen.* (Freie Faltung, analytische Aspekte der freien Faltung: Cauchytransformierte, Potenzreihen,..., freie Poisson-Verteilung, compound freier Poisson) [VERGEBEN]
- Lecture 13** *Weiteres über Grenzwertsätze und unbegrenzt teilbare Verteilungen.* (Grenzwertsatz für Dreiecksfelder, Def. und Charakterisierung unbegrenzt teilbarer Verteilungen)
- Lecture 14** *Produkte freier Zufallsvariablen.* (multiplikative freie Faltung, kombinatorische Beschreibung derselben, Kompression mit freien Projektionen, Faltungshalbgruppen)
- Lecture 15** *R-diagonale Elemente.* (Motivation: Kumulanten von Haar-Unitären  $\rightsquigarrow$  Def. *R*-diagonaler Elemente, Realisierungen und Anwendungen)
- Lecture 22** *Zufallsmatrizen I: Gaußsche Zufallsmatrizen.* (Momente der Gaußverteilung, Zufallsmatrizen im Allgemeinen, Wigners Halbkreisgesetz, asymptotische Freeness von unabhängigen Gaußschen Zufallsmatrizen) [VERGEBEN]
- Lecture 23** *Zufallsmatrizen II: Haar-Unitäre als Zufallsmatrizen.* (asymptotische Freeness von Haar-unitären Zufallsmatrizen)