



## Seminar/Hauptseminar

# Nichtkommutative Funktionentheorie (Free Analysis)

Sommersemester 2014

Zu den mächtigsten Werkzeugen der Funktionalanalysis zählen zweifelsohne die verschiedenen Funktionalkalküle. Im Kern geht es dabei um die Frage, für welche Funktionen  $f$  in einer Variablen bei einem gegebenen Operator  $T$  eine sinnvolle Definition von  $f(T)$  möglich ist. Für Polynome  $f$  ist dies noch trivial. Weniger offensichtlich ist hingegen der analytische Funktionalkalkül, wonach  $f(T)$  auch für jede Funktion  $f$  definiert werden kann, die in einer offenen Umgebung des Spektrums von  $T$  holomorph ist.

Betrachtet man Tupel  $(T_1, \dots, T_n)$  paarweise kommutierender Operatoren, so lassen sich für holomorphe Funktionen  $f$  mehrerer Variablen auch allgemeinere Objekte der Form  $f(T_1, \dots, T_n)$  einführen. Für nicht-kommutierende Operatoren ist die Situation hingegen ungleich schwieriger.

In einer Reihe bahnbrechender Arbeiten schuf Joseph L. Taylor um das Jahr 1970 eine Theorie für gerade solche Tupel nicht-kommutierender Operatoren, indem er die üblichen „kommutativen“ Funktionen durch „nicht-kommutative“ Funktionen ersetzte. Taylors Methoden wurden 1995 von Dan-Virgil Voiculescu aufgegriffen und für Anwendungen in der freien Wahrscheinlichkeitstheorie zu einer

*„Analysis at the highest degree of noncommutativity“*

weiterentwickelt. Die sogenannte freie Analysis kommt inzwischen in der Zufallsmatrizen- und Systemtheorie zum Einsatz und stellt aktuell ein sehr aktives Forschungsgebiet dar.

In diesem Seminar wollen wir die Grundlagen der freien Analysis anhand der Übersichtsarbeit „Foundations of Noncommutative Function Theory“ von Dmitry S. Kaliuzhnyi-Verbovetskyi und Victor Vinnikov (<http://arxiv.org/pdf/1212.6345v1.pdf>) erarbeiten. Vorausgesetzt werden Kenntnisse in der linearen Algebra und der Analysis. Gegebenenfalls können Bachelor- und Masterarbeiten im Anschluss an das Seminar vergeben werden.

**Zeit und Ort: Donnerstags, 14 – 16 Uhr, in SR 9, Geb. E2 4**

Eine **Vorbesprechung** findet statt

**am Mittwoch, dem 5. Februar, um 16 Uhr c.t. in SR 6, Geb. E2 4**

Fragen zum Seminar können gerne an Tobias Mai (Zimmer 225 oder per Mail an [mai@math.uni-sb.de](mailto:mai@math.uni-sb.de)) gerichtet werden. Siehe auch:

<http://www.math.uni-sb.de/ag/speicher/lehre.html>