



# Zufallsmatrizen und freie Entropie

Weiterführende Vorlesung im Wintersemester 2013/14

Eines der großen ungelösten Probleme in der Theorie der von-Neumann-Algebren, die in den 1930er und 1940er Jahren von John von Neumann und Francis Murray begründet wurde, besteht darin, zu entscheiden, ob die Gruppen-von-Neumann-Algebren  $L(\mathbb{F}_n)$  zu den freien Gruppen  $\mathbb{F}_n$  mit  $n \geq 2$  paarweise isomorph sind oder nicht.

Als vielversprechendes Werkzeug zur Behandlung dieses Problems entwickelte Dan-Virgil Voiculescu um 1986 die freie Wahrscheinlichkeitstheorie, die als nicht-kommutatives Analogon zur klassischen Wahrscheinlichkeitstheorie gesehen werden kann.

Motiviert durch die weitreichenden Analogien zwischen klassischer und freier Wahrscheinlichkeitstheorie und mit der Absicht, neue Invarianten für von-Neumann-Algebren zu finden, führte Voiculescu als freies Gegenstück zur Shannon-Entropie und inspiriert durch die aus der Physik bekannte Boltzmann-Formel  $S = k_B \log(W)$  die sogenannte freie Entropie ein. Die Schlagkraft der hierdurch geschaffenen Konzepte demonstrierte er später eindrucksvoll durch den Beweis der lange offenen Vermutung, dass  $L(\mathbb{F}_n)$  keine Cartan-Unteralgebren besitzen kann.

Überraschenderweise stellte sich im Laufe der Zeit heraus, dass die freie Wahrscheinlichkeitstheorie darüber hinaus auch tiefliegende Beziehungen zur Theorie der Zufallsmatrizen hat. Dort stellt sie inzwischen effektive Hilfsmittel zur Berechnung asymptotischer Eigenwertverteilungen zur Verfügung, und die freie Entropie spielt auch dort eine wichtige Rolle.

Im Rahmen dieser Vorlesung werden wir uns mit den Beziehungen zwischen der Theorie der von-Neumann-Algebren, der freien Wahrscheinlichkeitstheorie und der Theorie der Zufallsmatrizen beschäftigen und dabei speziell die freie Entropie näher beleuchten.

Die Vorlesung richtet sich an Studenten der Mathematik oder Physik mit guten Kenntnissen in der linearen Algebra und der Analysis. Grundkenntnisse in der Funktionalanalysis sind hilfreich, diese Vorlesung kann aber auch parallel besucht werden. Kenntnisse über von-Neumann-Algebren oder Zufallsmatrizen werden nicht vorausgesetzt, sondern werden bei Bedarf bereitgestellt werden.

**Zeit und Ort:** **Dienstags, 12 – 14 Uhr, und donnerstags, 10 – 12 Uhr,**  
**im Hörsaal IV, Geb. E2 4**

Die Vorlesung beginnt in der **ersten Vorlesungswoche**. Es wird eine Übung angeboten werden, so dass ein Schein mit 9 Leistungspunkten erworben werden kann.

Fragen zur Vorlesung können gerne an Tobias Mai (Zimmer 225 oder per Mail an [mai@math.uni-sb.de](mailto:mai@math.uni-sb.de)) gerichtet werden. Siehe auch:

<http://www.math.uni-sb.de/ag/speicher/lehre.html>