UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG 6.1 – MATHEMATIK
Prof. Dr. Roland Speicher
M.Sc. Tobias Mai

Übungen zur Vorlesung Zufallsmatrizen und freie Entropie

Wintersemester 2013/2014

Blatt 2

Abgabe: Donnerstag, 31.10., in der Vorlesung

Aufgabe 1. Betrachte die freie Diffusionsgleichung

$$\frac{\partial p_t(x)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x}[p_t(x)(Hp_t)(x)].$$

Sei G_t die Cauchy-Transformierte von p_t, d.h.

$$G_t(z) := \int_{\mathbb{R}} \frac{1}{z-x} p_t(x)dx.$$

Zeigen Sie (zumindest formal), dass G dann die komplexe Burger-Gleichung erfüllt:

$$\frac{\partial G_t(z)}{\partial t} + G_t(z)\frac{\partial G_t(z)}{\partial z} = 0.$$

Aufgabe 2. Sei (M,τ) ein W^*-Wahrscheinlichkeitsraum mit Spur und $X_1 = X_1^*, \dots, X_n = X_n^* \in M$. Für eine invertierbare $n \times n$ Matrix $T = (t_{ij})_{i,j=1}^n$ setzen wir

$$Y_i := \sum_{j=1}^n t_{ij} X_j.$$

Zeigen Sie

$$\chi(Y_1, \dots, Y_n) = \chi(X_1, \dots, X_n) + \log|\det T|.$$

Aufgabe 3. Sei (M,τ) ein W^*-Wahrscheinlichkeitsraum mit Spur und $X_1 = X_1^*, \dots, X_n = X_n^* \in M$. Zeigen Sie: Sind $X_1, \dots, X_n$ linear abhängig, so ist $\chi(X_1, \dots, X_n) = -\infty$.

Dan-Virgil Voiculescu