



Übungen zur Vorlesung Analysis I  
Sommersemester 2015

Blatt 1

Abgabe: Mittwoch, 29.4.2015, 8:30 Uhr in den Briefkästen im Keller von E2 5

---

**Aufgabe 1** (10 Punkte). Beweisen Sie mit vollständiger Induktion nach  $n$ :

(a) (Geometrische Summe) Für alle  $1 \neq x \in \mathbb{R}$  gilt:

$$1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^n = \sum_{k=0}^n x^k = \frac{1 - x^{n+1}}{1 - x}$$

(b)  $6^{n+1} + 7^{2n-1}$  ist durch 43 teilbar für alle  $n \in \mathbb{N}$ . [Hinweis:  $7^2 = 43 + 6$ .]

**Aufgabe 2** (10 Punkte). Verneinen Sie die folgenden Aussagen (mit Worten). Schreiben Sie die Aussagen auch in Quantorenschreibweise (definieren Sie dazu auch sinnvolle Mengen) und verneinen Sie diese.

- (a) Alle Bananen sind krumm und alle Gurken sind gerade.
- (b) Es gibt einen Tenor der nicht singen kann oder alle Schauspieler spielen schlecht.
- (c) In jeder Vorlesung an der Uni gibt es mindestens einen Studierenden der immer so viel Lärm macht, dass alle anderen Studierenden nichts verstehen können.

**Aufgabe 3** (10 Punkte). Beweisen Sie, dass  $\sqrt[3]{7}$  keine rationale Zahl ist. Warum kann man keinen analogen Beweis für die Aussage  $\sqrt[3]{8} \notin \mathbb{Q}$  führen. An welcher Stelle ist er falsch?

Diskutieren Sie auch den Fall  $\sqrt[4]{8}$ .

**Aufgabe 4** (10 Punkte). Beweisen Sie folgende Identitäten von Mengen:

- (a)  $A \setminus (A \setminus B) = A \cap B$
- (b)  $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$
- (c)  $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$

*bitte wenden*

**Aufgabe 5** (10 Punkte). Betrachten Sie die Teilmengen

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid |x| \leq 2, |y| \leq 2\}$$

$$B = \{(x, 0) \in \mathbb{R}^2 \mid x \in \mathbb{R}\}$$

$$C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y > 1\}$$

von  $\mathbb{R}^2$ .

Skizzieren Sie die Mengen  $(A \cap C) \cup (B \cap (\mathbb{R}^2 \setminus C))$  und  $(C \setminus A) \cup (A \setminus C)$ .

[Hinweis: Skizzieren Sie erst  $A \cap C$  und  $\mathbb{R}^2 \setminus C$ , dann  $B \cap (\mathbb{R}^2 \setminus C)$  und schließlich  $(A \cap C) \cup (B \cap (\mathbb{R}^2 \setminus C))$ .]