



Übungen zur Vorlesung Analysis I
Sommersemester 2015

Blatt 1

Abgabe: Mittwoch, 29.4.2015, 8:30 Uhr in den Briefkästen im Keller von E2 5

Aufgabe 1 (10 Punkte). Beweisen Sie mit vollständiger Induktion nach n :

(a) (Geometrische Summe) Für alle $1 \neq x \in \mathbb{R}$ gilt:

$$1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^n = \sum_{k=0}^n x^k = \frac{1 - x^{n+1}}{1 - x}$$

(b) $6^{n+1} + 7^{2n-1}$ ist durch 43 teilbar für alle $n \in \mathbb{N}$. [Hinweis: $7^2 = 43 + 6$.]

Aufgabe 2 (10 Punkte). Verneinen Sie die folgenden Aussagen (mit Worten). Schreiben Sie die Aussagen auch in Quantorenschreibweise (definieren Sie dazu auch sinnvolle Mengen) und verneinen Sie diese.

- (a) Alle Bananen sind krumm und alle Gurken sind gerade.
- (b) Es gibt einen Tenor der nicht singen kann oder alle Schauspieler spielen schlecht.
- (c) In jeder Vorlesung an der Uni gibt es mindestens einen Studierenden der immer so viel Lärm macht, dass alle anderen Studierenden nichts verstehen können.

Aufgabe 3 (10 Punkte). Beweisen Sie, dass $\sqrt[3]{7}$ keine rationale Zahl ist. Warum kann man keinen analogen Beweis für die Aussage $\sqrt[3]{8} \notin \mathbb{Q}$ führen. An welcher Stelle ist er falsch?

Diskutieren Sie auch den Fall $\sqrt[4]{8}$.

Aufgabe 4 (10 Punkte). Beweisen Sie folgende Identitäten von Mengen:

- (a) $A \setminus (A \setminus B) = A \cap B$
- (b) $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$
- (c) $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$

bitte wenden

Aufgabe 5 (10 Punkte). Betrachten Sie die Teilmengen

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid |x| \leq 2, |y| \leq 2\}$$

$$B = \{(x, 0) \in \mathbb{R}^2 \mid x \in \mathbb{R}\}$$

$$C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y > 1\}$$

von \mathbb{R}^2 .

Skizzieren Sie die Mengen $(A \cap C) \cup (B \cap (\mathbb{R}^2 \setminus C))$ und $(C \setminus A) \cup (A \setminus C)$.

[Hinweis: Skizzieren Sie erst $A \cap C$ und $\mathbb{R}^2 \setminus C$, dann $B \cap (\mathbb{R}^2 \setminus C)$ und schließlich $(A \cap C) \cup (B \cap (\mathbb{R}^2 \setminus C))$.]