UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG 6.1 – MATHEMATIK
Prof. Dr. Roland Speicher
Dipl.-Math. Moritz Weber

Übungen zur Vorlesung Analysis I
Wintersemester 2010/2011

Blatt 0
zur mündlichen Bearbeitung in der ersten Übungswoche
Die Aufgaben werden nicht bewertet.

Aufgabe 1. Sei $n \in \mathbb{N}$ eine natürliche Zahl. Zeigen Sie:

(a) Ist $n \in \mathbb{N}$ ungerade, so ist auch n^2 ungerade.

(b) $3^n + 7^n - 2$ ist durch 8 teilbar.

(c) $1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2 = \sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$

Aufgabe 2. Diskutieren Sie den folgenden Induktionsbeweis:
Herr K stellt die kühne Behauptung auf, dass sich Frauen und Männer unmöglich gleichzeitig in ein und demselben geschlossenen Raum aufhalten können!
Um diese Behauptung zu belegen, beweist Herr K mit vollständiger Induktion, dass für jedes $n \in \mathbb{N}$ gilt: Halten sich n Personen in einem geschlossenen Raum auf, so haben alle dasselbe Geschlecht.
Beweis: Der Fall $n = 1$ ist klar.
Die Aussage sei nun wahr für n. Sind dann $n+1$ Personen im Raum, so wähle eine Person aus und schicke sie hinaus. Nach obiger Annahme (die Aussage sei wahr für n) haben die im Raum verbliebenen Personen alle dasselbe Geschlecht. Wir holen die ausgewählte Person wieder herein und senden eine andere Person hinaus. Die im Raum verbliebenen n Personen haben dann wieder dasselbe Geschlecht. Damit hat die zuerst hinaus gesandte Person dasselbe Geschlecht wie alle anderen im Raum befindlichen Personen. Da dies nach dem ersten Beweisschritt auch für die als zweites hinaus gesandte Person zutrifft, haben alle $n + 1$ Personen dasselbe Geschlecht.

bitte wenden

Aufgabe 3. Es seien A, B und C mathematische Aussagen. Überzeugen Sie sich (evtl. mit Hilfe von Wahrheitstafeln) von der Richtigkeit der folgenden Aussagen:

(a) $\big[A \vee (B \vee C)\big] \Leftrightarrow \big[(A \vee B) \vee C\big]$,

(b) $\big[A \wedge (B \wedge C)\big] \Leftrightarrow \big[(A \wedge B) \wedge C\big]$,

(c) $\big[A \vee (B \wedge C)\big] \Leftrightarrow \big[(A \vee B) \wedge (A \vee C)\big]$,

(d) $\big[A \wedge (B \vee C)\big] \Leftrightarrow \big[(A \wedge B) \vee (A \wedge C)\big]$,

(e) $\neg(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow A \wedge \neg B$.