UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG 6.1 – MATHEMATIK
Prof. Dr. Roland Speicher
Dipl.-Math. Moritz Weber

Übungen zur Vorlesung Analysis I
Wintersemester 2010/2011

Blatt 1
Abgabe: Mittwoch, 27.10.2010, 17:00 Uhr in den Briefkästen im Keller von E2 5

Aufgabe 1 (10 Punkte)**.** Beweisen Sie mit vollständiger Induktion nach n:

(a) (Geometrische Summe) Für alle $1 \neq x \in \mathbb{R}$ gilt:

$$1 + x + x^2 + x^3 + \ldots + x^n = \sum_{k=0}^{n} x^k = \frac{1 - x^{n+1}}{1 - x}$$

(b) $6^{n+1} + 7^{2n-1}$ ist durch 43 teilbar für alle $n \in \mathbb{N}$. [Hinweis: $7^2 = 43 + 6$.]

Aufgabe 2 (10 Punkte)**.** Verneinen Sie die folgenden Aussagen:

(a) Alle Bananen sind krumm und alle Gurken sind gerade.

(b) Es gibt einen Tenor der nicht singen kann oder alle Schauspieler spielen schlecht.

(c) In jeder Vorlesung an der Uni gibt es mindestens einen Studierenden der immer so viel Lärm macht, dass alle anderen Studierenden nichts verstehen können.

Aufgabe 3 (10 Punkte)**.** Beweisen Sie, dass $\sqrt[3]{7}$ keine rationale Zahl ist. Warum kann man keinen analogen Beweis für die Aussage $\sqrt[3]{8} \notin \mathbb{Q}$ führen. An welcher Stelle ist er falsch?
Diskutieren Sie auch den Fall $\sqrt[4]{8}$.

Aufgabe 4 (10 Punkte)**.** Beweisen Sie folgende Identitäten von Mengen:

(a) $A \backslash (A \backslash B) = A \cap B$

(b) $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$

(c) $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$

bitte wenden

Aufgabe 5 (10 Punkte)**.** Betrachten Sie die Teilmengen

$$\begin{aligned} A &= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid \quad |x| \leq 2, |y| \leq 2\} \\ B &= \{(x,0) \in \mathbb{R}^2 \mid x \in \mathbb{R}\} \\ C &= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid y > 1\} \end{aligned}$$

von $\mathbb{R}^2$.

Skizzieren Sie die Mengen $(A \cap C) \cup (B \cap (\mathbb{R}^2 \backslash C))$ und $(C \backslash A) \cup (A \backslash C)$.

[Hinweis: Skizzieren Sie erst $A \cap C$ und $\mathbb{R}^2 \backslash C$, dann $B \cap (\mathbb{R}^2 \backslash C)$ und schließlich $(A \cap C) \cup (B \cap (\mathbb{R}^2 \backslash C))$.]