UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG 6.1 – MATHEMATIK
Prof. Dr. Roland Speicher
Dipl.-Math. Moritz Weber

Übungen zur Vorlesung Analysis I
Wintersemester 2010/2011

Blatt 4
Abgabe: Mittwoch, 17.11. 2010, 17:00 Uhr
in den Briefkästen vor dem Sekretariat von Frau Voss, Gebäude E2 4

Aufgabe 1 (**20** Punkte!)**.** Zeigen Sie, dass die folgenden Folgen konvergieren, und bestimmen Sie deren Grenzwerte für $n \to \infty$.

(a) $a_n = \frac{n^2}{n^2+2n+2}$

(b) $b_n = \frac{4 \cdot 10^n - 3 \cdot 10^{2n}}{3 \cdot 10^{n-1} + 2 \cdot 10^{2n-1}}$

(c) $c_n = \frac{n^{36} + 43n^7 + n^2 + 8}{((n+1)^2+7)^{18}}$

(d) $d_n = (-1)^n \frac{n+2}{2n^2-1}$

(e) $e_n = \sqrt{9n^2 + 2n + 1} - 3n$

Aufgabe 2 (10 Punkte)**.** Seien $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Nullfolge (dh. $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergiert gegen 0) und $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine beschränkte Folge. Zeigen Sie, dass $(a_n b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Nullfolge ist.

Aufgabe 3 (10 Punkte)**.** Die Fibonacci-Zahlen f_n, $n \geq 0$ sind definiert durch $f_0 = 0$, $f_1 = 1$, und $f_{n+1} = f_n + f_{n-1}$ für $n \geq 1$. Für $n \in \mathbb{N}$ sei $a_n = \frac{f_{n+1}}{f_n}$. Ferner sei g der goldene Schnitt, dh. g ist die eindeutig bestimmte positive Lösung der Gleichung $g^2 = 1 + g$.

(a) Zeigen Sie: $g = 1 + \frac{1}{g}$ und $a_{n+1} = 1 + \frac{1}{a_n}$ für alle $n \in \mathbb{N}$.

(b) Zeigen Sie mittels Induktion nach n: $|a_n - g| = \frac{1}{f_n g^n}$, $n \in \mathbb{N}$.

(c) Zeigen Sie: $\lim_{n\to\infty} a_n = g$.

bitte wenden

Aufgabe 4 (10 Punkte)**.** Von der Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sei bekannt, dass die Teilfolgen $(a_{2n})_{n\in\mathbb{N}}$, $(a_{2n+1})_{n\in\mathbb{N}}$ und $(a_{3n})_{n\in\mathbb{N}}$ konvergieren. Konvergiert dann $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ selbst? (Beweis oder Gegenbeispiel)

Die *Zwischenklausur* findet im Dezember statt (der genaue Termin wird noch ermittelt), die *Hauptklausur* am **Montag, dem 28.2.2011**. Der Raum und die Uhrzeiten werden noch bekannt gegeben.

Falls Sie sich noch nicht für die Bachelorprüfung beim Prüfungsamt angemeldet haben, sollten Sie das in den nächsten Tagen tun. Dazu müssen Sie **Frau Kihm** in Raum 202 des Gebäudes E1 3, 2. Stock aufsuchen. Ihre Sprechzeiten sind *montags bis donnerstags, 10:30 Uhr bis 11:30 Uhr.* (Telefon: +49 (0)681 / 302-2910, E-Mail: mathematik@ps-ntf.uni-saarland.de)
Für die Klausur müssen Sie sich dann über das HISPOS anmelden, sobald die Veranstaltung freigeschaltet ist. Das sollte in den nächsten ein, zwei Wochen eigentlich der Fall sein; wir werden Sie dann informieren.