UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG 6.1 – MATHEMATIK
Prof. Dr. Roland Speicher
Stefan Jung

Übungen zur Vorlesung Analysis III
Wintersemester 2016/2017

Blatt 13
Abgabe: Donnerstag, 9.2.2017, 12:00 Uhr
in den Briefkästen im Untergeschoss von Gebäude E2 5

Aufgabe 1 (10 Punkte)**.** Berechnen Sie das Integral

$$\int_S x\,dy\,dz + y\,dx\,dy,$$

wobei S die orientierte Fläche mit der folgenden Parametrisierung ist

$$D := [0,1] \times [0,1] \to \mathbb{R}^3,\ (u,v) \mapsto (u+v, u^2 - v^2, uv).$$

Aufgabe 2 (10 Punkte)**.** Sei S die orientierte Fläche

$$S := \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 |\ x^2 + y^2 + z^2 = 1,\ z \geq 0\}$$

und sei ω die durch

$$\omega(x,y,z) := -y\,dx + x\,dy + xy\,dz$$

definierte 1-Form auf $\mathbb{R}^3$. Verifizieren Sie für ω die Identität

$$\int_S d\omega = \int_{\partial S} \omega,$$

indem Sie beide Seiten der Gleichung getrennt berechnen.

Aufgabe 3 (20 Punkte)**.** Leiten Sie die klassischen Sätze von Gauß und von Stokes aus dem allgemeinen Satz von Stokes,

$$\int_M d\omega = \int_{\partial M} \omega,$$

her durch Spezialisierung auf dreidimensionale bzw. zweidimensionale Untermannigfaltigkeiten im $\mathbb{R}^3$ und unter Benutzung der Sprache der klassischen Vektoranalysis (vgl. Aufgabe 2, Blatt 11).