Analysis III

Inhalt: Grundlagen der modernen Analysis:

- Integrationstheorie (à la Lebesgue)
- Funktionalanalysis (insb.: kompakte Op.)
- Differentialformen

Integrationstheorie

Riemann Integral (oder Integral von Regelfunktionen) ist gut für stetige Fkten und glm. Konvergenz, passt aber nicht zu pktweiser Konvergenz

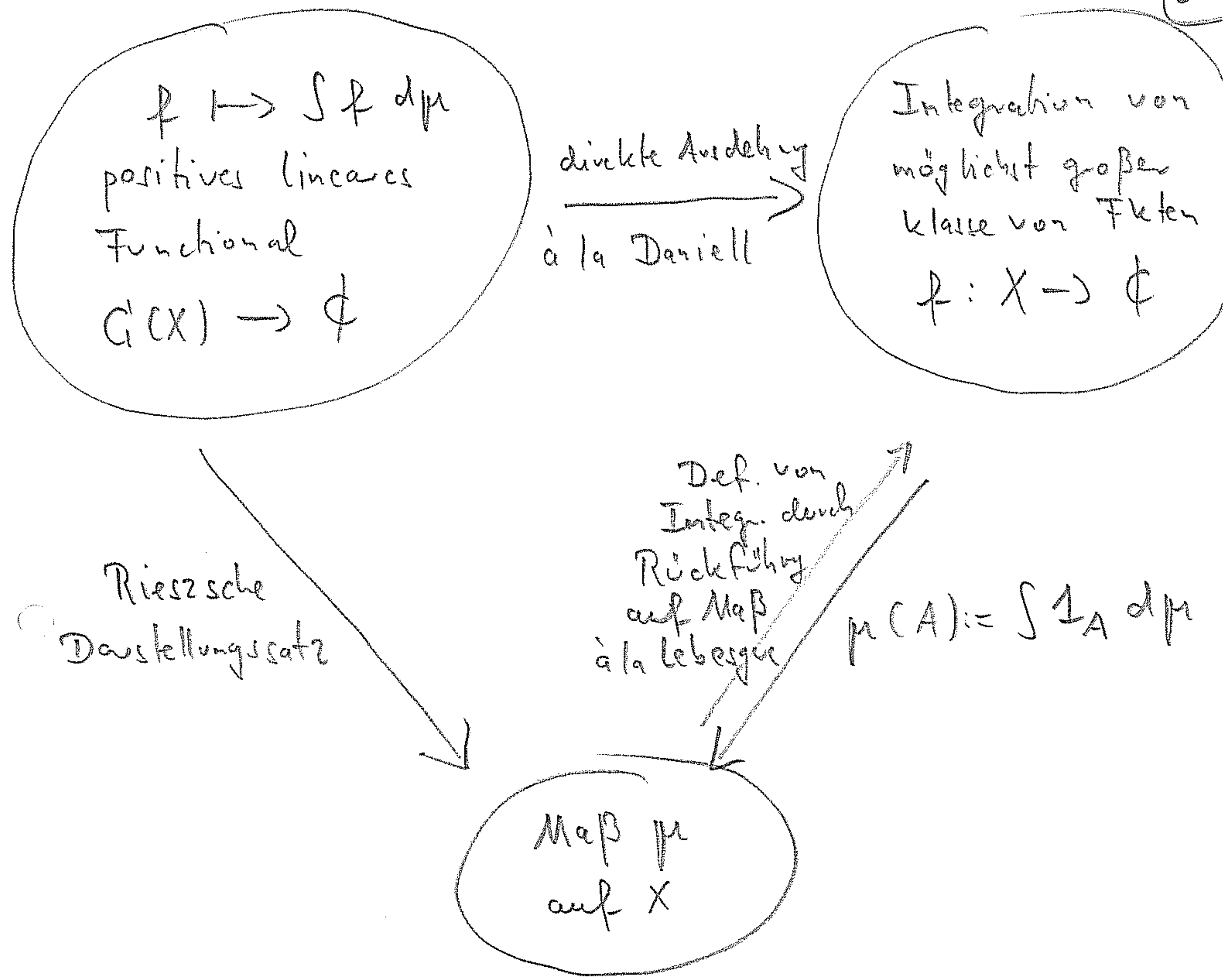
→ braucht Verallgemeinerung des Riemann Integrals:

Daniell Integral (siehe Ana II) oder Lebesgue Integral (hier)

(zwei verschiedene Zugänge, im Endeffekt äquivalent)

Sei $X = [0,1]$

$\int f(t)\,dt = \int f = \int f \, d\mu$



$1_A = \chi_A$ charakteristische Fkt von Menge $A \subset X$

$$1_A(x) = \begin{cases} 1 & x \in A \\ 0 & x \notin A \end{cases}$$

$$\int 1_A(x)\,dx = \int_a^b dx = b - a$$ "Maß" für Größe von A

für $A = [a,b]$

<u>Beachte</u>: wesentliches Ziel der Theorie ist Definition von $\int f \, d\mu$ für hinreichend große Klasse von Fkten, so dass unter möglichst allgemeinen Bedingungen gilt:

$$\int \lim_{n \to \infty} f_n \, d\mu = \lim_{n \to \infty} \int f_n \, d\mu \qquad (*)$$

für punktweise Konvergenz.

obige Einschränkungen ("hinreichend", "möglichst allgemein") sind notwendig: man kann nicht alle Fkten integrieren und (*) gilt auch nicht für alle integrierbaren Fkten!