



Vorlesung Funktionentheorie II  
Wintersemester 2012/2013

Wachstumsaussagen über  $M_1(f, \cdot)$  in Kapitel 2

---

Im Beweis von Satz 2.16 haben wir die Abschätzung

$$M_1(f, r) \leq \frac{r}{1-r} =: u_2(r) \quad \text{für } r \in [0, 1)$$

dadurch gewonnen, dass wir die Abschätzungen von Satz 2.12 auf die Quadratwurzeltransformierte von  $f$  angewendet haben.

Wenden wir hingegen Satz 2.12 direkt auf die Funktion  $f$  an, so erhalten wir

$$M_1(f, r) \leq \frac{r}{(1-r)^2} =: u_1(r) \quad \text{für alle } r \in [0, 1).$$

Wie die nachfolgende Grafik zeigt, stellt dies aber eine erhebliche Verschlechterung im Vergleich zu obigem Resultat dar.

Ferner haben wir bemerkt, dass der Satz von Baernstein (1975) die Abschätzung

$$M_1(f, r) \leq \frac{r}{1-r^2} =: u_3(r) \quad \text{für alle } r \in [0, 1)$$

liefert, in der Gleichheit nur für Rotationen der Koebe-Funktion auftreten kann.

Nachfolgend sind nun die Graphen der Funktionen  $u_1, u_2, u_3 : [0, 1) \rightarrow [0, \infty)$  dargestellt.

