



Übungen zur Vorlesung Operatoralgebren
Sommersemester 2014

Blatt 5 – Teil 1

Abgabe: Donnerstag, 5.6.2014 (!), 10:00 Uhr
in den Briefkästen beim Zeichensaal oder in Jonas Wahls Büro (Zi. 215)

Aufgabe 1 (20 Punkte). Auf Blatt 4 haben wir alle positiven linearen Funktionale auf $M_n(\mathbb{C})$ bestimmt.

- (a) Bestimmen Sie alle Zustände sowie alle reinen Zustände auf $M_n(\mathbb{C})$.
- (b) Sei τ ein reiner Zustand auf $M_n(\mathbb{C})$. Wie sieht die zugehörige GNS-Darstellung aus?
- (c) Wie sieht die zu der Spur tr auf $M_n(\mathbb{C})$ zugehörige GNS-Darstellung aus?

Aufgabe 2 (10 Punkte). Sei τ ein Zustand von A und (H_τ, π_τ) die assoziierte GNS-Darstellung.

- (a) Sei I ein abgeschlossenes Ideal in A . Zeigen Sie, dass dann $I \subset \ker \pi_\tau \iff I \subset \ker \tau$.
- (b) Ein Zustand τ heißt *treu*, falls $\tau(a^*a) = 0$ impliziert, dass $a = 0$ ist. Zeigen Sie, dass π_τ *treu* ist, falls τ *treu* ist. Gilt auch die Umkehrung? (Tipp: Aufgabe 1 von Blatt 4 und obige Aufgabe 1).