



1. ÜBUNGSBLATT ZUR LINEAREN ALGEBRA I

Aufgabe 1. (4P)

Wir bezeichnen mit $\mathbb{N} := \{1, 2, 3, 4, \dots\}$ die Menge der natürlichen Zahlen.

Weiterhin seien $\mathbb{P} := \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ ist prim}\} := \{2, 3, 5, 7, 11, \dots\}$ die Menge der Primzahlen,

$G := \{2, 4, 6, 8, 10, \dots\}$, $U := \{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$ die Mengen der geraden bzw. ungeraden Zahlen und

$M := \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ ist durch 3 oder 5 teilbar}\}$.

a) Geben Sie jeweils die folgenden Mengen an:

(i) $G \cup U$

(ii) $G \cap U$

(iii) $\mathbb{P} \setminus U$

(iv) $G \setminus U$

b) Negieren Sie folgende Aussagen:

(i) Es gibt einen Tag im Mai, an dem die Sonne scheint.

(ii) Alle Studenten können fließend Englisch, Französisch und Altgriechisch sprechen.

(iii) Alle Bücher die von Terry Pratchett oder Max Frisch geschrieben wurden, wurden schon verfilmt oder vertont.

(iv) Es gibt ein Huhn das täglich mindestens drei Eier legt und höchstens zweimal gackert.

Aufgabe 2. (4P)

Seien A, B, D, E beliebige Mengen mit $A \cup B \subseteq D$.

a) Zeigen Sie folgende Aussagen:

(i) $(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$

(ii) $(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$

(iii) $(A \setminus B) \cup (B \setminus A) = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$.

Die Komplemente werden jeweils in D gebildet.

Erinnerung: Das Komplement von A in D ist definiert durch

$$A^C := D \setminus A = \{x \in D \mid x \notin A\}.$$

b) Widerlegen Sie die folgende Aussage:

$$(A \setminus B) \cup E = A \setminus (B \setminus E).$$

Aufgabe 3. (4P)

Sei „|“ die logische Verknüpfung „weder noch“ d.h. für die Aussage $A|B$ gilt die Wahrheitstafel:

$A B$	W	F
W	F	F
F	F	W

Stellen Sie die Aussagen $\neg A$, $A \vee B$, $A \wedge B$ und $A \Rightarrow B$ mit Ausdrücken die nur A, B „|“ und Klammern enthalten dar.

Aufgabe 4. (4P)

Seien A und B Mengen und $\mathcal{P}(A), \mathcal{P}(B)$ ihre Potenzmengen.

Zeigen Sie folgende Äquivalenz:

$$A \subseteq B \iff \mathcal{P}(A) \subseteq \mathcal{P}(B)$$