

4. ÜBUNGSBLATT ZUR LINEAREN ALGEBRA I

Aufgabe 1. (4P)

Welche der folgenden Teilmengen sind Untervektorräume von \mathbb{R}^2 bzw. \mathbb{R}^3 ? Beweisen Sie Ihre Behauptung.

- a) $V_1 := \{(x, y) \mid x + y = 0\} \subseteq \mathbb{R}^2$ d) $V_4 := \{(x, y) \mid x^4 - y^4 = 0\} \subseteq \mathbb{R}^2$
b) $V_2 := \{(x, y) \mid x + y = 1\} \subseteq \mathbb{R}^2$ e) $V_6 := \{(x + y, y^2) \mid x, y \in \mathbb{R}\} \subseteq \mathbb{R}^2$
c) $V_3 := \{(x, y) \mid x^4 + y^4 = 0\} \subseteq \mathbb{R}^2$ f) $V_8 := \{(x, y, z) \mid x = y = 3z\} \subseteq \mathbb{R}^3$

Aufgabe 2. (4P)

Berechnen Sie jeweils falls möglich die Matrizen $A \cdot B$ und $B \cdot A$:

a)

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 4 \\ 3 & 3 & 6 \end{pmatrix}, \quad B := \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

b)

$$A := \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad B := (3 \quad -3 \quad 6)$$

c)

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3. (4P)

Seien A, B reelle Matrizen für die $A \cdot B$ definiert ist.

Zeigen Sie folgende Aussagen:

- a) $(A \cdot B)^t = B^t \cdot A^t$
b) A ist genau dann invertierbar, wenn A^t invertierbar ist.
c) Sind A und B invertierbar, dann ist $(A \cdot B)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}$

Aufgabe 4. (4P)

Sei $A := \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ eine reelle 2×2 Matrix.

- a) Zeigen Sie, dass A genau dann invertierbar ist, wenn $ad - bc \neq 0$ gilt.
Hinweis: Eventuell hilft Ihnen Übungsblatt 2 Aufgabe 3 d), wenn Sie Multiplikation mit A als Abbildung auf den reellen 2×2 Matrizen betrachten.
- b) Geben Sie eine reelle 2×2 Matrix A mit $A^2 = -I_2$ an.

Aufgabe 5. (Keine Punkte, macht Ihrem Tutor aber eine Freude)

Lernen Sie folgendes Alphabet auswendig und schreiben Sie zusätzlich Ihren Namen mit griechischen Buchstaben auf Ihr Blatt:

klein	groß	Name	klein	groß	Name
α	A	Alpha	ν	N	Ny
β	B	Beta	ξ	Ξ	Xi
γ	Γ	Gamma	o	O	Omikron
δ	Δ	Delta	π	Π	Pi
ε, ϵ	E	Epsilon	ρ, ϱ	P	Rho
ζ	Z	Zeta	σ	Σ	Sigma
η	H	Eta	τ	T	Tau
ϑ, θ	Θ	Theta	υ	Υ	Ypsilon
ι	I	Iota	ϕ, φ	Φ	Phi
κ	K	Kappa	χ	X	Chi
λ	Λ	Lambda	ψ	Ψ	Psi
μ	M	My	ω	Ω	Omega

Das Übungsblatt kann bis spätestens Freitag den 16. 11. 2018 vor der Vorlesung in den Abgabekästen im UG des Gebäudes E2.5 eingeworfen werden. Schreiben Sie Ihren Namen und Matrikelnummer gut lesbar auf Ihre Abgabe. Die richtigen Kästen sind an dem kleinen grünen Bild bei der Beschriftung erkennbar. Gruppenabgaben sind nicht erlaubt.