Universität des Saarlandes
FR 6.1 Mathematik
Prof. Dr. G. Weitze-Schmithüsen
M.Sc. C. Steinhart
M.Sc. A. Thevis

Präsenzübung

Aufgabe 1.

Zeigen Sie mit Hilfe eines direkten Beweises folgende Aussage:
Wenn die Zahl, die durch die letzten beiden Ziffern einer natürlichen Zahl n beschrieben wird, durch 4 teilbar ist, dann ist die Zahl n ebenfalls durch 4 teilbar.

Aufgabe 2.

Seien a, b, c positive natürliche Zahlen. Zeigen Sie mit Hilfe eines Widerspruchbeweises folgende Aussage:

Wenn c nicht $a \cdot b$ teilt, dann teilt c weder a noch b.

Aufgabe 3.

Seien A und B mathematische Aussagen. Zeigen Sie mit Hilfe von Wahrheitstafeln folgende Aussagen:

a) $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow ((A \wedge \neg B) \Rightarrow B)$

b) $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)$

Aufgabe 4.

Zeigen Sie mit Hilfe eines Widerspruchbeweises folgende Aussage:

Es gibt unendlich viele Primzahlen.

Erinnerung: Eine natürliche Zahl p ist eine Primzahl, wenn sie größer als 1 ist und $\{1, p\}$ die Menge der Teiler von p ist.

Aufgabe 5.

Seien A, B, C beliebige Mengen. Zeigen oder widerlegen Sie folgende Aussagen:

a) $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$

b) $A \subseteq (B \cap C) \iff A \subseteq B \wedge A \subseteq C$

c) $A \setminus (A \setminus B) = B$

d) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

e) $(A \cap B) \cup C = A \cap (B \cup C)$

f) $A \subseteq (B \setminus C) \Rightarrow (B \setminus A) \subseteq C$

Dieses Blatt wird in der Woche vom 22.10. bis 26.10. in den Übungen besprochen. Das Blatt wird nicht abgegeben und nicht korrigiert. Es ist für die Klausurzulassung nicht relevant.

Aufgabe 6.

Wir bezeichnen mit $\mathbb{N} := \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$ die Menge der natürlichen Zahlen.
Weiterhin seien $\mathbb{P} := \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ ist prim}\} := \{2, 3, 5, 7, 11, \ldots\}$ die Menge der Primzahlen, $G := \{2, 4, 6, 8, 10, \ldots\}, U := \{1, 3, 5, 7, 9, \ldots\}$ die Mengen der geraden bzw. ungeraden Zahlen und $M := \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ ist durch 3 oder 5 teilbar}\}$.

Zeigen Sie folgende Aussagen:

a) $\forall x \in M \cap \mathbb{P} : x \leq 10$

b) $\neg \exists x \in M \setminus U : x \in \mathbb{P}$

c) $\forall x \in \mathbb{N} : x \in U \lor x \in G$

d) $\forall x \in M \cap G : \exists y \in U : y > x$

Dieses Blatt wird in der Woche vom 22.10. bis 26.10. in den Übungen besprochen. Das Blatt wird nicht abgegeben und nicht korrigiert. Es ist für die Klausurzulassung nicht relevant.