Analytische Geometrie

19.10.17

Geometrie im $\mathbb{R}^n$

Ziel: Beschreibe Lösungsmengen von Gleichungen

algebraische Methoden

Algebra ist Spektrummathematik

Themen der Vorlesung

- Vektorräume
- Geraden & Ebenen im $\mathbb{R}^n$
- Abstände & Winkel, Skalarprodukt
- Spatprodukt, Hesse Normalform für Ebenen
- Kegelschnitte
- Lineare Gleichungssysteme

Matrizen ...

zu Bsp. 1

Kleiner Vorgriff

$$\left.\begin{array}{ll} ① & b + c > a \\ ② & a + c > b \\ ③ & a + b > c \end{array}\right\} \Leftrightarrow \exists \text{ Dreieck}$$

(a,b,c) mit $a,b,c \in \mathbb{R}^+$

Seien a,b,c positive reelle Zahlen.

Es gibt genau dann ein Dreieck mit Seitenlängen a,b,c, wenn die drei Dreiecksungleichungen erfüllt sind.

Ansatz für Beispiel 1 ← eine Lösung wäre das gleichseitige Dreieck mit Seitenlänge 1

$x_1 :=$ Länge von a ; $x_2 :=$ Länge von b ; $x_3 :=$ Länge von c

$$\left.\begin{array}{ll} ① & x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ ② & x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6 \end{array}\right\}$$

ich muss LGS & die 3 Ungleichungen betrachten

Idee: Fasse Lösungen (x_1, x_2, x_3) als Punkte im $\mathbb{R}^3$ auf

Lösung für Beispiel 2 (gleichschenkliges Dreieck)

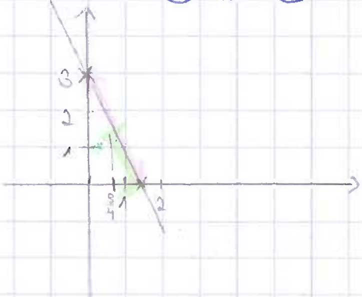
x_1, x_2, x_3 wie in Beispiel 1

(1) $x_1 - x_3 = 0$

(2) $x_1 + x_2 + x_3 = 3$

Einsetzen von (1) in (2): $2x_1 + x_2 = 3$

$\Leftrightarrow x_2 = 3 - 2x_1$



$x_1 > \frac{3}{4}$

Verwende Vorgriff & erhalte:

(x_1, x_2, x_3) ist Lösung des Problems

$\Leftrightarrow x_3 = x_1, \quad x_2 = 3 - 2x_1, \quad \frac{3}{4} < x_1 < \frac{3}{2}$