

1. ÜBUNGSBLATT ZUR LINEARE ALGEBRA I

Wahrheitstafeln, Aussagenlogik, Mengenoperationen

Aufgabe 1. ((Gruppe) 4P)

Ein Zeuge, der nach einem Banküberfall einige Verdächtige beobachtet hat, ist so nervös, dass er folgende nur bruchstückhafte Angaben macht:

- (1) „Der Älteste, der mit den schwarzen Haaren, ist kleiner als einsneunzig.“
- (2) „Der Größte von denen hat kein braunes Haar.“
- (3) „Der Kleinste, der Blonde, war über zwanzig. Aber er war nicht der mit dem T-Shirt.“
- (4) „Der mit dem Sweatshirt war zwanzig, der hatte noch keine Glatze.“
- (5) „Der mit dem Anorak war einsachtzig groß.“
- (6) „Einer war einsneunzig und siebenundzwanzig. Aber das ist nicht der Rothaarige mit der Lederjacke.“

Helfen Sie der Polizei und ordnen Sie den fünf Verdächtigen $\{V_1, \dots, V_5\}$ die folgenden Merkmale zu.

- Größe: 1,75m; 1,80m; 1,85m; 1,90m; 1,95m
- Haarfarbe: schwarz, rot, braun, blond, Glatze
- Kleidung: T-Shirt, Jeansjacke, Sweatshirt, Lederjacke, Anorak
- Alter: 17, 20, 27, 32, 45

Aufgabe 2. ((Gruppe) 1P+1P+2P)

(a) Es seien A und B mathematische Aussagen. Fertigen Sie für folgende Aussagen eine Wahrheitstabelle an.

(i) $(\neg B \vee A) \Leftrightarrow (\neg A \Leftrightarrow \neg B)$

(ii) $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow ((A \wedge \neg B) \Rightarrow B)$

(b) Es seien A, B zwei mathematische Aussagen.

Stellen Sie die Aussage $A \Leftrightarrow B$ nur mit Hilfe der Aussagen A, B , der Disjunktion „ \vee “, der Negation „ \neg “ und Klammern dar.

Aufgabe 3. ((Alleine) 1P+1P+1P+1P)

Formulieren Sie für jede der folgenden Aussagen die Negation:

- (i) Es gibt eine Katze mit neun Schwänzen und jeder liebt Katzen.
- (ii) Alle Filme, in denen Adam Sandler oder Terry Crews mitspielen sind Meisterwerke.
- (iii) Es gibt ein Huhn, das mindestens drei Eier am Tag legt und höchstens viermal gackert.
- (iv) Alle Vegetarier essen keinen Fisch und kein Fleisch.

Aufgabe 4. ((Alleine) 1P+1P+1P+1P)

Es seien A, B, C, M Mengen mit $A, B, C \subseteq M$. Zeigen Sie folgende Aussagen

- (a)
 - (i) $(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$
 - (ii) $(A \setminus B) \cup (B \setminus A) = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$
 - (iii) $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C)$
- (b) Widerlegen Sie folgende Aussage: $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus B) \cup C$