



Mathematik für Studierende der Biologie und des Lehramtes Chemie

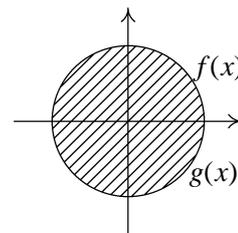
WS 2005/2006

10. Übung

Aufgabe 1 Berechnen Sie eine Stammfunktion.

- (a) $\int \frac{dx}{x(x-2)}$. Bestimmen Sie dazu mit dem Ansatz $\frac{A}{x} + \frac{B}{x-2}$ die Partialbruchzerlegung des Integranden.
- (b) $\int \frac{dx}{x(\ln x)^{3/2}}$ mit Hilfe der (Vorwärts-)Substitution $t = \ln x$,
- (c) $\int \sin x \cos x e^{-\sin^2 x} dx$ mit Hilfe der Substitution $t = -\sin^2 x$,
- (d) $\int (\ln x)^2 dx$ durch partielle Integration mit der Produktzerlegung $(\ln x)^2 = 1 \cdot (\ln x)^2$.

Aufgabe 2 Berechnen Sie die Fläche des Kreises mit Mittelpunkt $(0,0)$ und Radius 1: Der Rand dieses Kreises lässt sich durch die zwei Funktionsgraphen $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ und $g(x) = -\sqrt{1-x^2}$ beschreiben. Die Fläche des Kreises ist dann die Fläche zwischen den Graphen von f und g über dem Intervall $[-1, 1]$. Verwenden Sie die in der Vorlesung vorgerechnete (Rückwärts-)Substitution $x = \sin t$ zur Berechnung der Integrale.



Aufgabe 3 Berechnen Sie die folgenden (uneigentlichen) Integrale:

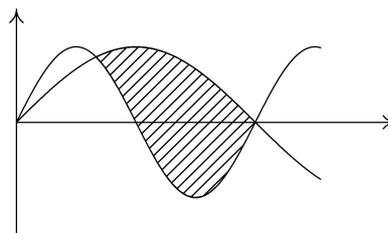
- (a) $\int_0^{\infty} x e^{-x} dx$
- (b) $\int_0^1 x^{-\frac{1}{3}} dx$
- (c) $\int_1^2 \frac{1}{\sqrt{2x-2}} dx$

Aufgabe 4 Berechnen Sie den Flächeninhalt, der von den Graphen der Funktionen f und g über dem angegebenen Bereich eingeschlossen wird. Eine Skizze ist hilfreich.

- (a) $f(x) = -x^2 + 3$, $g(x) = 2|x|$ über $[-2, 2]$,
- (b) $f(x) = \sin x$, $g(x) = \cos x$ über $[0, 2\pi]$.

Aufgabe 5* Berechnen Sie den Flächeninhalt des schraffierten Bereiches zwischen den Graphen von $\sin x$ und $\sin(2x)$.

Zur Berechnung der x -Werte der Schnittpunkte verwenden Sie die Additionstheoreme und die Wertetabelle der trigonometrischen Funktionen, die in der Vorlesung im Kapitel über elementare Funktionen angegeben wurde.



Abgabe: Mittwoch, 25. 1. 2006, bis 14:00 Uhr in dem mit »Mathe für Biologen« und Ihrer Übungsgruppe gekennzeichneten Briefkasten am unteren Eingang des Hörsaalgebäudes.