



Mathematik für Studierende der Biologie und des Lehramtes Chemie

WS 2005/2006

11. Übung

Aufgabe 1 Berechnen Sie die folgenden Integrale, indem Sie die angegebenen Substitutionen verwenden.

(a) $\int \frac{x}{\sqrt{-2x^2 + 5}} dx, \quad t = -2x^2 + 5$ (b) $\int \sin x (\cos x + 10)^6 dx, \quad t = \cos x + 10$

Aufgabe 2 Finden Sie eine Stammfunktion von $\frac{1}{x^2 - 5x + 6}$ durch Partialbruchzerlegung. (Dazu müssen Sie zuerst den Nenner faktorisieren.)

Aufgabe 3 Ein Körper bewege sich mit der (zeitabhängigen) Geschwindigkeit $v(t) = \frac{1}{2}t^2 + 2$ auf einer geraden Linie (v gemessen in m/s, $t > 0$ in Sekunden). Welche Strecke hat er nach zwei Minuten zurückgelegt? Zu welchem Zeitpunkt ist er 1 km vom Ausgangspunkt entfernt?

Aufgabe 4: (Vorübung zu Differentialgleichungen) Eine Differentialgleichung ist eine Gleichung für eine gesuchte Funktion $y = f(x)$, in der die gesuchte Funktion und ihre Ableitung $y' = f'(x)$ (und eventuell höhere Ableitungen) vorkommen.

(a) Finden Sie alle Funktionen f , die die Differentialgleichung

$$y' = xe^{x^2+1}$$

erfüllen. (Das heißt, $f'(x) = xe^{x^2+1}$.)

(b) Rechnen Sie nach, welche der angegebenen Funktionen die Differentialgleichung erfüllen.

(i) $y' = 2x^2y, \quad f(x) = -4e^{\frac{2}{3}x^3}, g(x) = 4e^{\frac{2}{3}x^3+1}$

(ii) $2y' - y = 4x, \quad f(x) = 3e^{\frac{1}{2}x}, g(x) = 4(2 - x) - 3e^{\frac{1}{2}x}$

Hinweis: Um diese Aufgabe zu lösen, brauchen Sie keine Kenntnisse aus der Theorie der Differentialgleichungen. Für Teil (a) genügen unsere Kenntnisse über Integralrechnung. In Teil (b) setzen Sie die angegebenen Funktionen in die Differentialgleichung ein und überprüfen, ob die resultierende Gleichung stimmt.

Aufgabe 5*

(a) Welchen Betrag hat die komplexe Zahl $\cos(t) + i \sin(t)$ für beliebiges $t \in \mathbb{R}$?

(b) Zeichnen Sie ein Bild der Menge von komplexen Zahlen $\{e^{it} \mid t \in [0, 2\pi]\}$. Um welche Menge handelt es sich?

Abgabe: Mittwoch, 1.2.2006, bis 14:00 Uhr in dem mit »Mathe für Biologen« und Ihrer Übungsgruppe gekennzeichneten Briefkasten am unteren Eingang des Hörsaalgebäudes.