



Mathematik für Studierende der Biologie und des Lehramtes Chemie

WS 2005/2006

13. Übung

Hinweis zur Klausur

Die Klausur findet **nicht**, wie angekündigt, im Hörsaal der Chemie statt, sondern in den **Hörsälen I und IV** der Mathematik. **Termin: Samstag, 18. 2. 2006, 9:00 bis 12:00 Uhr.** Es gelten dieselben Spielregeln wie beim Zwischentest.

Aufgabe 1 Lösen Sie mittels Variation der Konstanten:

$$(a) \quad y' + y \sin x = \sin x \cos x \qquad (b) \quad y' - \frac{x}{1+x^2} y = \sqrt{1+x^2}$$

Aufgabe 2 Beim radioaktiven Zerfall ist die Zerfallsrate $\dot{N}$ der Isotope proportional zur vorhandenen Ausgangsmenge. Für die zur Zeit t vorhandene Menge $N(t)$ des betrachteten Materials gilt also die Differentialgleichung

$$\dot{N}(t) = kN(t) \quad \text{mit } k \in \mathbb{R}.$$

Die Konstante k hängt vom betrachteten Element ab.

100 g des radioaktiven Isotops Thorium 234 reduzieren sich innerhalb einer Woche auf 82,04 g. Bestimmen Sie daraus den Wert von k (in der Einheit 1/Tag). Wann ist die Hälfte des Materials zerfallen?

Hinweis: Lösen Sie zunächst die Differentialgleichung mit allgemeinem k . Die dabei auftretende Integrationskonstante berechnen Sie aus dem Anfangswert N_0 zur Zeit $t = 0$ und k aus dem Wert nach 7 Tagen.

Aufgabe 3 Eine chemische Reaktion 2. Ordnung beinhaltet die Wechselwirkung von einem Molekül der Substanz P mit einem der Substanz Q , woraus ein Molekül der Substanz R entsteht. Seien p_0, q_0 die Konzentrationen von P beziehungsweise Q zu Beginn der Reaktion, und $r(t)$ beschreibe die Konzentration der entstehenden Substanz R zur Zeit t nach Reaktionsbeginn. Die Reaktionsgeschwindigkeit $r'(t)$ genügt dann der Differentialgleichung

$$r'(t) = \beta(p_0 - r(t))(q_0 - r(t))$$

mit einer positiven Konstanten β .

- (a) Machen Sie diesen Ansatz plausibel: Wie kommt man zu dieser Differentialgleichung?
- (b) Lösen Sie die Differentialgleichung. Interpretieren Sie die stationären Lösungen.

Aufgabe 4 Lösen Sie die folgenden Differentialgleichungen 2. Ordnung:

$$(a) \quad y'' + 5y' + 6y = 0 \qquad (b) \quad y'' - 6y' + 9y = 0$$

Abgabe: Dieses Übungsblatt wird nicht mehr abgegeben, sondern in der letzten Vorlesungsstunde besprochen.