



Mathematik für Studierende der Biologie und des Lehramtes Chemie

WS 2005/2006

2. Übung

Aufgabe 1 Welches der folgenden linearen Gleichungssysteme ist über- und welches unterbestimmt? Lösen Sie die Systeme, wenn möglich.

$$\begin{array}{rcl} x_1 - x_3 & = & 0 \\ -x_1 + x_2 & = & 2 \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} -x_1 + 8x_2 + 3x_3 & = & 2 \\ 2x_1 + 4x_2 - x_3 & = & 1 \\ 5x_2 + x_3 & = & 0 \\ -3x_1 + 9x_2 + 5x_3 & = & 1 \end{array}$$

Aufgabe 2 Gegeben seien die folgenden Vektoren:

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \vec{y} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{z} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \vec{m} = \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Gibt es reelle Zahlen α, β, γ , so dass $\alpha\vec{x} + \beta\vec{y} + \gamma\vec{z} = \vec{m}$ ist? Wenn ja, geben Sie alle möglichen Werte für α, β, γ an. (Hinweis: Es handelt sich um ein lineares Gleichungssystem für die Unbekannten α, β und γ .)

Aufgabe 3 Gegeben seien die folgenden Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 4 & 2 \\ 2 & 9 & 8 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 & 4 \\ 6 & -5 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} -8 & 2 & 0 & 0 \\ 7 & 1 & -1 & -5 \\ 5 & 3 & 3 & 2 \\ 2 & 10 & 4 & -4 \end{pmatrix}.$$

Welche der Matrix-Produkte AB, AC, BC, BA, CA und CB sind definiert? Geben Sie in diesen Fällen das Ergebnis der Matrizenmultiplikation an.

Aufgabe 4 Berechnen Sie die Determinante von:

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 5 \end{pmatrix} \quad \text{b) } \begin{pmatrix} 1 & -6 & -8 \\ 2 & 4 & -10 \\ 3 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 5 Bestimmen Sie mit dem Gauß-Verfahren die inverse Matrix A^{-1} zu folgenden Matrizen:

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{b) } \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

und überprüfen Sie das Ergebnis, indem Sie $A \cdot A^{-1}$ und $A^{-1} \cdot A$ berechnen.

Abgabe: Mittwoch, 9. 11. 2005, bis 14:00 Uhr in dem mit »Mathe für Biologen« und Ihrer Übungsgruppe gekennzeichneten Briefkasten am unteren Eingang des Hörsaalgebäudes.