



Mathematik für Studierende der Biologie und des Lehramtes Chemie

WS 2005/2006

3. Übung

Aufgabe 1 (Meerschweinchen, Version 1) Ein Kind bekommt ein Meerschweinchenpaar geschenkt. Alle vier Monate wirft das Weibchen Junge. Das Kind behält von jedem Wurf zwei Meerschweinchen gleichen Geschlechts, die es zusammen in einen eigenen Käfig setzt, und verschenkt die restlichen. Es treten keine Todesfälle ein.

Ein Meerschweinchen frisst jeden Monat 2 kg Körnerfutter.

- (a) Beschreiben Sie die Anzahl der Meerschweinchen des Kindes in der n -ten Generation durch eine Folge $(a_n)_n$. Handelt es sich um eine *arithmetische* oder eine *geometrische* Folge? Wie viele Meerschweinchen hat das Kind nach zwei Jahren? Wie viel Futter hat es in den zwei Jahren gebraucht?

- (b) Berechnen Sie $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_{n+1} - a_n)$ und $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$

Aufgabe 2 (Meerschweinchen, Version 2) Diesmal behält das Kind von jedem Wurf ein Pärchen, dieses wirft ebenfalls alle vier Monate, erstmals im Alter von vier Monaten.

Gleiche Aufgabenstellung wie in Aufgabe 1. Was halten die Eltern des Kindes davon?

Aufgabe 3 Zeigen Sie mit Hilfe der in der Vorlesung gegebenen Definition, dass die Folge $a_n = 1 + \frac{4}{n^2}$ gegen 1 konvergiert.

Aufgabe 4

- (a) Geben Sie die ersten fünf Glieder der nachstehenden Folgen an ($n \in \mathbb{N}$).

$$(i) \quad a_n = (n^2 - 1)2^n, \quad (ii) \quad b_n = 2\sqrt{n} + n \quad (iii) \quad c_n = (-1)^n n^3 - \frac{1}{n^2 + 1}.$$

- (b) Finden Sie ein Bildungsgesetz für die Folge! (Der Indexbereich soll $\mathbb{N}$ sein.)

$$(i) \quad -\frac{1}{4}, \frac{1}{8}, -\frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \dots \quad (ii) \quad 4, 6, 8, 10, 12, \dots \quad (iii) \quad 4, 13, 28, 49, 76, 109, \dots$$

Aufgabe 5 Berechnen Sie die (eigentlichen oder uneigentlichen) Grenzwerte:

$$(a) \quad a_n = \frac{2n^2 - n + 7}{3n^3 + 7} \quad (b) \quad b_n = 3^n \frac{2n^2 - n + 1}{3n^2 + 2} \quad (c) \quad c_n = (n^4 - 1) \frac{2}{n^3 + 2n^2 + 2}$$

$$(d) \quad d_n = \sqrt[n]{2n} - 2^{\frac{1}{n}} \quad (e) \quad e_n = \frac{n!}{n! + (n-1)!} - n$$

(Zur Erinnerung: $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$.)

Abgabe: Mittwoch, 16. 11. 2005, bis 14:00 Uhr in dem mit »Mathe für Biologen« und Ihrer Übungsgruppe gekennzeichneten Briefkasten am unteren Eingang des Hörsaalgebäudes.