



Mathematik für Studierende der Biologie und des Lehramtes Chemie

WS 2005/2006

8. Übung

Hinweise zur Evaluation

Sie erhalten heute (14. 12. 2005) in der Vorlesung einen Schlüssel (eine Folge von Buchstaben), der Sie zur Teilnahme an der elektronischen Evaluation der Vorlesung und der Übungen berechtigt. Wer zur Vorlesung nicht kommen konnte, kann sich in der Sprechstunde am Montag, dem 19. 12., von 15:00 bis 16:00 Uhr bei mir einen Schlüssel abholen, oder dann am Mittwoch, dem 21. 12., nach dem Zwischentest.

Die Evaluation besteht aus zwei Phasen: Die erste von 12. 12. bis zum 23. 12., die zweite gegen Ende des Semesters.

An der zweiten Phase kann nur teilnehmen, wer sich an der ersten Phase beteiligt hat. (Mit demselben Schlüssel, daher gut aufbewahren!)

Der Schlüssel steht auf einem Zettel, auf dem auch eine Internet-Adresse genannt ist, unter der Sie den Evaluationsfragebogen finden.

Bitte nutzen Sie diese Möglichkeit, uns eine Rückmeldung zu geben!

Hinweise zum Zwischentest

Zum Zwischentest am 21. 12. ist keine Anmeldung erforderlich. Als Hilfsmittel sind zugelassen: Mitschriften von Vorlesung und Übungen (keine Kopien), wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne extravagante Funktionen wie etwa Graphik).

In der darauf folgenden Übung wird der Test besprochen. Die Abgabe dieses (des achten) Übungsblattes ist daher erst im nächsten Jahr. (Sie können das Blatt natürlich auch gleich erledigen und haben dann über Weihnachten keine Hausaufgaben.)

Aufgabe 1 Führen Sie eine Kurvendiskussion der Funktion

$$f : [0, \infty[\rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = e^{-x} \sin x$$

durch.

Aufgabe 2 Bei einer *chemischen Reaktion zweiter Ordnung*, die zum Zeitpunkt $t = 0$ beginnt, wird die bis zum Zeitpunkt $t \geq 0$ umgesetzte Stoffmenge $f(t)$ bis auf einen konstanten Faktor gegeben durch

$$f(t) = 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + kt}}$$

mit einer Konstanten $k > 0$. Es ist der Zeitpunkt zu bestimmen, in dem die Reaktionsgeschwindigkeit $f'(t)$ am größten ist.

Aufgabe 3 Die potentielle Energie eines (kräftefreien) zweiatomigen Moleküls kann näherungsweise durch das *Lennard-Jones-Potential*

$$V :]0, \infty[\rightarrow \mathbb{R}, \quad V(x) = V_0 \left[\left(\frac{a}{x} \right)^{12} - 2 \left(\frac{a}{x} \right)^6 \right]$$

als Funktion des Kernabstandes x der beiden in ihm enthaltenen Atome ausgedrückt werden. Hierbei sind a und V_0 positive Konstanten.

Skizzieren Sie den Graphen von V . Ermitteln Sie dazu durch Kurvendiskussion die notwendigen Informationen.

Aufgabe 4 In der Elektrochemie oder bei Säure-Base-Titrationen begegnet man oft Funktionen der Form

$$f : (0, c) \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto p + \log_{10} \left(\frac{x}{c-x} \right),$$

wobei $c > 0$ und $p \in \mathbb{R}$ Konstanten sind. (Ist etwa c die Ausgangskonzentration einer schwachen Säure mit dem pK_S -Wert p , so stellt f den Verlauf des pH -Wertes bei einer Titration dieser Säure mit einer starken Base dar – zumindest in einem kleinen Intervall um den Halbäquivalenzpunkt.)

- (a) Hier haben wir eine Symmetrie, die weder eine y -Achsen- noch eine Ursprungssymmetrie ist: Zeigen Sie:

$$f\left(\frac{c}{2} + x\right) - p = -\left(f\left(\frac{c}{2} - x\right) - p\right) \quad \text{für alle } x \in \left] -\frac{c}{2}, \frac{c}{2} \right[.$$

Wie ist diese Gleichung graphisch zu interpretieren?

- (b) Berechnen Sie f' sowie $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ und $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$. Skizzieren Sie den Graphen von f .

Aufgabe 5* Bei zwei aufeinanderfolgenden chemischen Reaktionen werde die Konzentration c_B eines beim ersten Prozess entstehenden Stoffes B in Abhängigkeit der Zeit gemessen ($t = 0$ bei Reaktionsbeginn). Man erhält einen Zusammenhang der Form

$$c_B(t) = e^{-k_2 t} \left(\frac{k_1 c_0}{k_2 - k_1} \right) (e^{(k_2 - k_1)t} - 1),$$

wobei $k_1 = 0,2 \text{ min}^{-1}$, $k_2 = 0,1 \text{ min}^{-1}$ und $c_0 = 2$ ist. Zu welchem Zeitpunkt nach Beginn der Reaktion ist die höchste Konzentration von B vorhanden? Wie hoch ist diese Konzentration?

Abgabe: Mittwoch, 11. 1. 2006, bis 14:00 Uhr in dem mit »Mathe für Biologen« und Ihrer Übungsgruppe gekennzeichneten Briefkasten am unteren Eingang des Hörsaalgebäudes.