9. Übung Analysis 2 SS 2001

Aufgabe 1: Berechne:

a) $\displaystyle\sum_{k=2}^{\infty}\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n^k}$,

b) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}\frac{\log\left(1+\frac{1}{n}\right)}{\log\left(n^{\log(n+1)}\right)}$.

Aufgabe 2: Berechne:

a) $\displaystyle\lim_{k\to\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{1}{k}-1\right)^n$,

b) $\displaystyle\lim_{k\to\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\left(1-\frac{1}{k}\right)^n\frac{1}{n!}$.

Aufgabe 3: Bestimme den Konvergenzradius folgender Potenzreihen:

a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(n^4-4n^3)x^n$,

b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\mathrm{e}^n+\mathrm{e}^{-n}}{2}x^n$,

c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}a^{n^2}x^n$ für $a\in\mathbb{R}$,

d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}n^{\frac{\log(n)}{n}}x^n$.

Aufgabe 4: Gegeben sei eine Reihe $\sum_n a_n$ mit $a_n\in\mathbb{R}$. Die Reihe sei konvergent, aber nicht absolut konvergent. Zeige:

a) Die Teilreihe der positiven a_n und die Teilreihe der negativen a_n sind divergent.

b) Es gibt eine divergente Umordnung der Reihe.

Mit ähnlichen Methoden kann man sogar zeigen: Riemannscher Umordnungssatz: Zu jeder reellen Zahl r gibt es eine Umordnung der Reihe, die gegen r konvergiert.

c) Konvergiert jede Umordnung einer Reihe, so ist die Reihe absolut konvergent, und alle Umordnungen konvergieren gegen denselben Wert.

Abgabe: Montag, 11. 06. 2001, vor der Vorlesung.