

Elementare Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik

12. Übungsblatt

Aufgabe 1: Sei P ein Wahrscheinlichkeitsmaß auf $(\mathbb{R}, \mathcal{B}(\mathbb{R}))$ mit der Verteilungsfunktion f . Zeigen Sie für den linksseitigen Grenzwert

$$F(x-) := \lim_{t \uparrow x} F(t) = P((-\infty)) \quad \text{für } x \in \mathbb{R}$$

und die Sprunghöhe

$$F(X) - F(x-) = P\{x\} \quad \text{für } x \in \mathbb{R}.$$

Aufgabe 2: Es seien X und Y reelle Zufallsvariablen mit den Dichtefunktionen F_X und F_Y . N sei eine von X und Y unabhängige Bernoulli-verteilte Zufallsvariable mit dem Parameter p . Bestimmen Sie die Dichtefunktion f_Z von $Z = NX + (1 - N)Y$.

Aufgabe 3: Wie oft müssen wir eine faire Münze werfen, damit mit Wahrscheinlichkeit 0,95 die relative Häufigkeit der Würfe mit Kopf zwischen 0,49 und 0,51 liegt.

Aufgabe 4: Aus einer Urne, in der sich 19 weiße und eine schwarze Kugel befinden, wird hundertmal mit Zurücklegen gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß höchstens viermal die schwarze Kugel gezogen wird? Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten jeweils

1. exakt,
2. näherungsweise mit Hilfe des Poissonschen Grenzwertsatzes und
3. näherungsweise unter Zuhilfenahme des Zentralen Grenzwertsatzes mit Stetigkeitskorrektur.

Bestimmen Sie auch die relativen Approximationsfehler und vergleichen Sie die Ergebnisse.

Aufgabe 5: Für einen Flug mit einer Kapazität von 400 Sitzen sollen möglichst viele Tickets verkauft werden, wobei jedoch die Wahrscheinlichkeit einer Überbuchung maximal 0,05 betragen soll. Wieviele Tickets dürfen dazu maximal ausgegeben werden, wenn bekannt ist, daß ein Kunde mit Wahrscheinlichkeit 0,04 nicht zum Flug erscheint und vereinfachend angenommen wird, daß das Nichterscheinen für verschiedene Kunden unabhängig voneinander ist? Geben Sie eine Methode an, die gesuchte Anzahl exakt zu bestimmen und verwenden Sie eine geeignete Approximation, um sie näherungsweise zu berechnen!

Abgabetermin: Mittwoch, 16. Juli 2003, vor Beginn der Vorlesung.