UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG 6.1 – MATHEMATIK
Prof. Dr. Gerd Wittstock
Michael Didas

Übungen zur Vorlesung
Elementare Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik

(Sommersemester 2003)

Blatt 3 Abgabetermin: Mittwoch, 14.05.2003, vor Beginn der Vorlesung

---

Aufgabe 1 (3 Punkte)

Eine Gruppe von $n \geq 2$ Personen, darunter A und B, setzt sich zufällig an einen runden Tisch. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass genau k Personen $(0 \leq k \leq (n-2)/2)$ zwischen A und B sitzen, wenn alle Sitzordnungen gleich wahrscheinlich sind?

Aufgabe 2 (3 Punkte)

Bei einer Schwimmveranstaltung geben 5 Senioren ihre (verschiedenfarbigen) Perücken beim Bademeister zur Verwahrung ab. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass keiner der Herren die Schwimmhalle mit seiner ursprüngliche Haarfarbe verlässt, wenn alle Beteiligten (inklusive Bademeister) so farbenblind sind, dass sie die Perücken nicht unterscheiden können (und diese deshalb gut durchmischt zurückgegeben werden)?

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Während einer Opernvorstellung schleicht sich das Phantom der Oper heimlich zur Garderobe und durchmischt zunächst die Mäntel und anschließend die Hüte von n Besuchern.

(a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass keiner der n Operngäste beide Kleidungsstücke (sowohl den eigenen Mantel als auch den eigenen Hut) zurückerhält.

(**Anleitung**: Berechnen Sie mit der aus der Vorlesung bekannten Einschluss-Ausschluss-Formel die Wahrscheinlichkeit des Gegenereignisses. Betrachten Sie dazu die Ereignisse A_i = „Die i. Person erhält die beiden eigenen Kleidungsstücke zurück." für $i = 1, \cdots, n$.)

(b) Zeigen Sie: Die Wahrscheinlichkeit aus Teil (a) strebt für $n \to \infty$ gegen 1.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Abel wirft 9 mal nacheinander einen Laplace-Würfel. Jedesmal, wenn eine sechs gewürfelt wurde, dreht Bebel an einem fairen Glücksrad. Dieses bestehe aus drei verschiedenfarbigen Feldern (rot, gelb und blau), die jeweils mit gleicher Wahrscheinlichkeit getroffen werden. Ein Treffer im blauen Feld (und nur ein solcher) veranlasst schließlich Cebel zum Wurf einer fairen Münze. Zum Schluss wird festgestellt, wie oft beim Münzwurf Zahl gefallen ist.

Geben Sie explizit einen Wahrscheinlichkeitsraum zur Beschreibung dieses Zufallsexperimentes an und bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit für genau 2-maliges Auftreten des Ereignisses „Zahl".

Aufgabe 5 (4 Punkte)

(a) Ein elektronisches Bauteil enthält 10 Mikrochips, die unabhängig voneinander mit der Wahrscheinlichkeit p ausfallen. Ist auch nur ein einziger Chip defekt, so ist das Bauteil bereits funktionsuntüchtig. Wie klein muss p sein, damit das Bauteil mit 90% Sicherheit arbeitet?

(b) Der Spruch einer Jury bestehend aus 6 Juroren lautet „schuldig", wenn mehr als die Hälfte der Juroren für „schuldig" stimmen. Die Juroren werden aus einer großen Gesamtheit von Kandidaten durch Los ausgewählt.

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit eines Schuldspruches, wenn im Voraus bekannt ist, dass 80% der (in ihrer Meinungsbildung voneinander unabhängigen) Kandidaten im Falle ihrer Wahl in die Jury für „schuldig" stimmen.