UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG 6.1 – MATHEMATIK
Prof. Dr. Gerd Wittstock
Michael Didas

Übungen zur Vorlesung
Elementare Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik

(Sommersemester 2003)

Blatt 5 Abgabetermin: Mittwoch, 28.05.2003, vor Beginn der Vorlesung

---

Aufgabe 1 (4 Punkte)

(a) Ein fairer Würfel werde so oft geworfen, bis eine sechs fällt, höchstens aber 1000 mal. Seien $n \geq 0$ und $k \geq 1$ natürliche Zahlen mit $n + k \leq 1000$. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass im $(n + k)$-ten Versuch zum ersten mal eine sechs fällt, unter der Bedingung, dass in den ersten n Versuchen keine sechs gefallen ist?

(b) Ein Würfel wird dreimal geworfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens eine Sechs gewürfelt wird, gegeben mindestens einer der Würfe ist eine eins?

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Die k-te von $n \geq 2$ Urnen enthält k schwarze und $n - k$ weiße Kugeln. Eine der Urnen wird zufällig gewählt und eine Kugel daraus gezogen. Wie groß ist die bedingte Wahrscheinlichkeit, dass nach diesem Ziehen die gewählte Urne noch mindestens so viele schwarze Kugeln enthält wie weiße, gegeben die gezogene Kugel ist schwarz?

Aufgabe 3 (3 Punkte)

Ein neues Medikament gegen eine lebensgefährliche Krankheit soll auf seine Wirksamkeit untersucht werden. Dazu wird eine Gruppe von Erkrankten damit behandelt, während eine Kontrollgruppe ein Placebo erhält. Es gebe einen weiteren Risikofaktor, der die Sterbewahrscheinlichkeit in jeder der Gruppen jeweils verdreifacht. Der Faktor trete bei 20% der behandelten Gruppe, aber bei 80% der Kontrollgruppe auf. Angenommen, das Medikament *erhöhe* die Sterbewahrscheinlichkeit von 0,1 auf auf 0,15 bei den nicht vom Risikofaktor betroffenen Patienten, bzw. von 0,3 auf 0,45 bei den Betroffenen; welche Sterbewahrscheinlichkeit ergibt sich für einen zufällig aus der behandelten Gruppe herausgegriffenen Patienten, welche für einen Patienten aus der Kontrollgruppe?

(Interpretieren Sie das Ergebnis unter der Annahme, dass den Versuchsverantwortlichen die Relevanz des Risikofaktors nicht bekannt ist.)

Aufgabe 4 (3 Punkte)

Auf einer Prüfstation werden Produkte getestet. Man weiß, dass 2% aller erzeugten Produkte einen Fehler haben. Beim Prüfen wird bei 95% der defekten Teile der Fehler festgestellt, aber auch 1% der fehlerfreien Produkte wird aussortiert. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein nicht aussortiertes Produkt wirklich fehlerfrei?

Aufgabe 5 (4 Punkte)

Am Ende einer Fernseh-Show wird der Sieger vor drei Türen A, B, C gestellt. Hinter zwei der Türen sind Nieten, hinter der dritten verbirgt sich der Hauptgewinn, ein Auto. Nachdem der Kandidat zufällig eine Tür ausgewählt hat (z.B. die Tür A), wird diese nicht sofort geöffnet. Statt dessen öffnet der Showmaster, der natürlich die „richtige“ Tür kennt, eine der beiden anderen Türen (z.B. die Tür C) und zeigt dem Kandidaten, dass sich dahinter eine Niete befindet. Jetzt hat der Kandidat zwei Möglichkeiten: Er kann bei der ursprünglich von ihm gewählten Tür bleiben (im Beispiel die Tür A) oder seine Meinung ändern und sich für die dritte, noch ungeöffnete Tür (im Beispiel die Tür B) entscheiden.

Was würden Sie in dieser Situation tun? – Modellieren Sie das Spiel als mehrstufiges Zufallsexperiment (unter Berücksichtigung der Wahl des Showmasters) und berechnen Sie die bedingte Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Kandidat die zum Gewinn führende Tür auswählt, in Abhängigkeit davon, ob er die Strategie „wechseln“ bzw. „standhaft bleiben“ verfolgt.