10. Übung Analysis 1 WS 2000-2001

Aufgabe 9.3 Für eine Menge $M \subseteq (0, \infty)$ definiert man $M^{-1} := \{x \in \mathbb{R} \mid \frac{1}{x} \in M\}$. Man zeige: M^{-1} ist genau dann nach oben beschränkt, wenn $\inf M > 0$ ist, und in diesem Fall gilt $\sup M^{-1} = (\inf M)^{-1}$.

Aufgabe 9.7 Man zeige, daß folgende Aussage zum Zwischenwertsatz äquivalent ist: Ist $I \subseteq \mathbb{R}$ ein Intervall und $f : I \to \mathbb{R}$ stetig, so ist $f(I) \subseteq \mathbb{R}$ ebenfalls ein Intervall.

Aufgabe 9.8 Mit Hilfe des Zwischenwertsatzes beweise man: Jede stetige Abbildung $f : [a, b] \to [a, b]$ hat einen Fixpunkt, d.h. es gibt ein $x_0 \in [a, b]$ mit $f(x_0) = x_0$.

Aufgabe 9.12 Für $a, b \geq 0$ zeige man $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a^n + b^n} = \max\{a, b\}$.

Aufgabe F Beweisen Sie die folgenden Rechenregeln für den Logarithmus:

i)	$\log(ab) = \log(a) + \log(b)$	ii)	$\log(a^b) = b \log(a)$
iii)	$\log(\frac{a}{b}) = \log(a) - \log(b)$	iv)	$\log(\frac{1}{a}) = -\log(a)$

und v) $\log_b a = \frac{\log a}{\log b}$. Geben Sie die jeweiligen Voraussetzungen an.

Wichtig: Alle Lösungen sind zu begründen!

Abgabe: Mo 22.1.2001 in der Vorlesungspause