12. Übung Analysis 1 WS 2000-2001

Aufgabe 13.4 Man untersuche folgende Funktionen auf gleichmäßige Stetigkeit:

a) $x\sqrt{x}$ auf $[0,\infty)$ b) $x + \sqrt[3]{x}$ auf $[0,\infty)$

Aufgabe 13.4 Man untersuche folgende Funktionen auf gleichmäßige Stetigkeit:

e) $\log x$ auf $(0,1)$ f) $\log x$ auf $[1,\infty)$

Aufgabe 13.7 Es seien $I \subseteq \mathbb{R}$ ein Intervall, $f : I \to \mathbb{R}$ gleichmäßig stetig und (x_n) eine Cauchyfolge in $\mathbb{R}$. Man zeige, daß auch $(f(x_n))$ eine Cauchyfolge in $\mathbb{R}$ ist. Gilt dies auch für stetige, nicht gleichmäßig stetige Funktionen?

Aufgabe 18.3 a) Es sei $f \in \mathcal{C}(J)$ mit $\int_J |f(x)|dx = 0$. Man zeige $f = 0$.

Aufgabe 18.4 Für $f,\, g \in \mathcal{R}[a,b]$ definiert man ein Halbskalarprodukt durch

$$\langle f, g\rangle := \int_J f(x)g(x)dx.$$

a) Man zeige $\langle f, f\rangle \geq 0$, $\langle f, g\rangle = \langle g, f\rangle$ und $\langle \alpha f_1 + \beta f_2, g\rangle = \alpha\langle f_1, g\rangle + \beta\langle f_2, g\rangle$. $(\alpha, \beta \in \mathbb{R})$

b) Man beweise die *Schwarzsche Ungleichung* $|\langle f, g\rangle|^2 \leq \langle f, f\rangle\langle g, g\rangle$.

Hinweis: Für b) benutze man a) und $\langle f + \lambda g, f + \lambda g\rangle \geq 0$ für alle $\lambda \in \mathbb{R}$.

Abgabe: Mo 5.2.2001 in der Vorlesungspause
Wie immer: Alle Lösungen sind zu begründen!

WICHTIGER HINWEIS: **Anmeldung zur Klausur** beim Übungsgruppenleiter (bis 21.2.2001)

- Für die Teilnehmenden der Übungsgruppen: In der Übung.
- Für die Teilnehmenden der Saalübung: In der Sprech- und Fragestunde.
- **Nicht per E-mail !**