13. Übung Analysis 1 WS 2000-2001

Bemerkung In der elementaren Trigonometrie werden *Sinus* und *Cosinus* eines Winkels φ wie folgt definiert: Man realisiert φ als Winkel zwischen der positiven x-Achse und einem Strahl vom Ursprung durch einen Punkt (x, y) auf der Kreislinie $\{(\xi, \eta) \in \mathbb{R}^2 \mid \xi^2 + \eta^2 = 1\}$. Dann setzt man $\sin(\varphi) := y$ und $\cos(\varphi) := x$. Den Winkel gibt man im Bogenmaß an. Die Funktion $\sin(t)$ hat die Stammfunktion $-\cos(t)$ und die Funktion $\cos(t)$ die Stammfunktion $\sin(t)$.

Aufgabe I1 Bestimmen Sie die Stammfunktionen:

$$\text{a)} \int \frac{\sin x \cos x}{1 - \sin x} dx \qquad \text{b)} \int e^x \sin x \; dx \qquad \text{c)} \int (\sin x + \cos x)^2 \; dx.$$

Aufgabe I2 Bestimmen Sie die Stammfunktionen:

$$\text{a)} \int \frac{dx}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)} \qquad \text{b)} \int x \; e^{x^2} dx \qquad \text{c)} \int a^x dx \text{ für } a \in \mathbb{R}.$$

Aufgabe I3 Zeigen Sie:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{2 \; \cos^3 x}{1 - \sin x} \; dx = \int_0^1 3 \; y \; e^y \; dy$$

Aufgabe I4 Zeigen Sie: Für eine Funktion f mit Stammfunktion F gilt:

$$\int \frac{f(x)}{F(x)} \; dx = \log |F(x)| + C$$

Geben Sie auch die notwendigen Voraussetzungen an.

Aufgabe I5 Zeigen Sie:

a) Für $n \in \mathbb{N}$ gilt: $\displaystyle\int_0^y t^{\frac{1}{n}} \, dt = \tfrac{n}{n+1} \, y^{1+\frac{1}{n}}$.

b)
1. Nun folgt induktiv $\int_0^x t^{1+\frac{1}{n}} t^{\frac{1}{n}} \, dt = \frac{n}{n+2} x^{2+\frac{2}{n}}$ usw.
   Und schließlich $\int_0^x t^r \, dt = \frac{1}{r+1} x^{r+1}$ für $1 \leqslant r \in \mathbb{Q}$.
2. Man folgere aus 1., daß $\int_0^x t^r \, dt = \frac{1}{r+1} x^{r+1}$ für $0 \leqslant r < 1, r \in \mathbb{Q}$.
3. Man folgere aus $\int x^{-2} \, dx = -x^{-1}$, daß $\int_1^y \frac{1}{\sqrt{\eta}} \, d\eta = 2(\sqrt{y} - 1)$, d.h. $\int x^{-\frac{1}{2}} = 2 x^{\frac{1}{2}}$.
4. Endlich ist $\int x^r \, dx = \frac{1}{r+1} x^{r+1}$ für $r \in \mathbb{Q} \setminus \{-1\}$ und $\int x^a \, dx = \frac{1}{a+1} x^{a+1}$ für $a \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Abgabe: Mo 12.2.2001 in der Vorlesungspause
Wie immer: Alle Lösungen sind zu begründen!

WICHTIGER HINWEIS: **Anmeldung zur Klausur am 3.3.2001** beim Übungsgruppenleiter (bis 21.2.2001)

- Für die Teilnehmenden der Übungsgruppen: In der Übung.
- Für die Teilnehmenden der Saalübung: In der Sprech- und Fragestunde.
- **Nicht per E-mail !**

Beachten Sie bitte auch die Hinweise auf der Rückseite des Blattes !

Klausurspielregeln

- Die Klausur dauert **drei Stunden**. Sie umfaßt 7 Aufgaben. Für jede Aufgabe gibt es 10 Punkte. Mit 27 Punkten haben Sie bestanden.
- Erlaubtes Hilfsmittel ist ein **handbeschriebenes DIN A3 Blatt**. (Sie dürfen auch zwei DIN A4 Blätter zusammenkleben.) Schreiben Sie Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer deutlich auf dieses Blatt.
- Bringen Sie Papier und Schreibzeug mit. Auf jedem Blatt muß Name und Matrikelnummer stehen. Verwenden Sie für jede Aufgabe ein eigenes Blatt.
- **Nicht erlaubt** sind Taschenrechner und Handy. Ein Handy führt zum sofortigen Ausschluß von der Klausur.
- Während der Klausur werden die Taschen an den Hörsaalseiten und nicht in den Bänken aufbewahrt: bringen sie also nur das Nötigste mit.
- Halten Sie während der Klausur **Studierendenausweis und Personalausweis** bereit.
- An der Nachklausur kann nur teilnehmen, wer an der Klausur teilgenommen hat oder mit Attest entschuldigt ist. Sie können an der Nachklausur auch teilnehmen, wenn Sie die Hauptklausur bestanden haben; dann zählt die bessere Note.

An alle Studierenden der Fachrichtung 6.1 – Mathematik
der Universität des Saarlandes

Liebe Studentin, lieber Student:

Wie viele von Ihnen bereits wissen, fordert der Fachbereich Mathematik alle Studierenden mit dem Hauptfach Mathematik auf, sich im Laufe ihres Studiums von einem Professor der Mathematik beraten zu lassen.
Studierende des ersten Studienabschnittes sollten nach dem Vordiplom bzw. der Zwischenprüfung (spätestens jedoch bis zum Ende des fünften Fachsemesters) ein solches Beratungsgespräch führen. Weiterhin wird erwartet, daß sich alle Studentinnen und Studenten bis spätestens zum Ende des achten Fachsemesters um ein Thema für eine Diplom- bzw. Staatsexamensarbeit bemüht haben; letzteres natürlich nur, falls Mathematik als das erste Fach gewählt wurde.
Über die Durchführung des Beratungsgespräches bzw. die Aufnahme in eine Arbeitsgruppe wird vom jeweiligen Professor eine Bescheinigung ausgestellt. Bitte geben Sie diese im Geschäftszimmer (Geb. 27.1, Zi. 310) ab.

Viel Erfolg für Ihr Studium!

Sprechstunden der Professoren im Wintersemester 2000/2001:

Albrecht	Di 14–15, Mi 11-12 + n.V.	☎ 302-3256	Grüter	n.V.	☎ 302-2287
Arnold	Di 11-12	☎ 302-3647	Hischer	Do 14–15	☎ 302-2231
Berger	Mi 9–11	☎ 302-3431	Louis	n.V.	☎ 302-3018
Brosamler	n.V.	☎ 302-3427	Rjasanow	Mo 10–11	☎ 302-4861
Decker	Di 14-16	☎ 302-2906	Schulze-Pillot	Mo 14–15	☎ 302-4835
Eschmeier	Di 13–14	☎ 302-2732	Wittstock	n.V.	☎ 302-2756
Fuchs	Mo 11–12	☎ 302-3406	Zimmer	Di, Do 16–17	☎ 302-2206
Gekeler	Mi 11–13	☎ 302-2494			