2. Übung Analysis 1 WS 2000-2001

Aufgabe 2.2 Rechnen Sie nach:

$$\sum_{k=m}^{n} a_k + \sum_{k=m}^{n} a_{k+1} = a_m + 2 \sum_{k=m+1}^{n} a_k + a_{n+1}$$

$$\prod_{k=2m}^{2n} a_k \cdot \prod_{k=m}^{n} a_{2k} = \prod_{k=m}^{n} a_{2k}^2 \cdot \prod_{k=m}^{n-1} a_{2k+1}$$

Aufgabe 2.3 Beweisen Sie durch Induktion: Für $n \in \mathbb{N}$ gilt:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{n} k &= \frac{n(n+1)}{2} \\ \sum_{k=1}^{n} k^2 &= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \\ \sum_{k=1}^{n} k^3 &= \frac{n^2(n+1)^2}{4} \end{aligned}$$

Aufgabe 2.4 Berechnen Sie

$$\sum_{k=1}^{n}(2k-1) \text{ und } \sum_{k=1}^{n}(2k-1)^2.$$

Aufgabe 2.5 Für welche $n \in \mathbb{N}$ gilt:

a) $2^n > n^2$ b) $3^{2^n} < 2^{3^n}$ c) $\prod_{k=1}^{n} k^k < n^{\frac{n(n+1)}{2}}$?

Aufgabe 2.6 Zeigen Sie für $n \in \mathbb{N}$

$$\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 2^n \text{ und } \sum_{k=0}^{n} (-1)^k \binom{n}{k} = 0$$

Aufgabe 2.7 Endliche Mengen $M \subset \mathbb{R}$ besitzen ein Minimum und ein Maximum.

Abgabe: Mo 13.11.2000 in der Vorlesungspause